



UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID

Escuela Politécnica Superior

DPTO. DE MECÁNICA DE MEDIOS CONTINUOS Y TEORÍA DE ESTRUCTURAS

PROYECTO FIN DE CARRERA

MODELIZACIÓN DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE UNA ESPUMA METÁLICA

Titulación: INGENIERÍA INDUSTRIAL

Autor: JULIÁN MARTÍN JARILLO

Director: IGNACIO A. IRAUSQUÍN CASTRO

DEDICATORIA

A mis padres, a mis hermanas, a mi familia, a mis amigos,... por su paciencia inagotable durante estos de sequía.

Leganés, 27 de Julio de 2009.

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer en primer lugar a mi Director de Proyecto, Ignacio, su gran aportación a este proyecto. Sin su ilusión, perseverancia y guía, este trabajo no hubiese sido posible. No puedo dejar de nombrar a Ángel Arias, gran profesional y mejor amigo; siempre le agradeceré su trato desde mi primer año de carrera. También es destacable la labor del personal docente de la universidad que, consciente o inconscientemente, potenciaron mi innata devoción y fascinación por la ingeniería. Por último, agradezco al Departamento de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras su apoyo en la realización de este trabajo.

ÍNDICE GENERAL

DEDICATORIA.....	2
AGRADECIMIENTOS.....	3
ÍNDICE GENERAL	4
ÍNDICE DE TABLAS.....	6
ÍNDICE DE ECUACIONES.....	7
ÍNDICE DE ECUACIONES.....	7
ÍNDICE DE FIGURAS.....	10
RESUMEN	14
1 OBJETIVOS.....	16
2 INTRODUCCIÓN Y DESCRIPCIÓN.....	18
2.1 SÓLIDOS CELULARES.....	19
2.1.1 Clasificación.....	20
2.1.2 Forma, tamaño y topología de las celdas.....	24
2.1.3 Procesos de fabricación	28
2.1.3.1 Sólidos celulares bidimensionales.....	28
2.1.3.2 Sólidos celulares tridimensionales	29
2.1.3.2.1 Poliméricos	30
2.1.3.2.2 Metálicos.....	30
2.1.3.2.3 Cristalinos.....	37
2.1.4 Propiedades de los materiales celulares	38
2.1.5 Aplicaciones según propiedades.....	39
2.1.6 Aplicación de las espumas metálicas según sector.....	42
2.2 ESPUMAS METÁLICAS.....	49
2.2.1 Propiedades mecánicas de las espumas metálicas	49
2.2.1.1 Compresión uniaxial	50
2.2.1.2 Tracción uniaxial.....	52
2.2.1.3 Tabla de propiedades mecánicas	53
2.2.1.4 Diagramas de propiedades mecánicas	54
2.2.1.5 Relaciones entre propiedades	57
3 INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS NUMÉRICO MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS	61
3.1 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS (FEM O MEF)	62
3.1.1 Aplicación del MEF a problemas estructurales	63
3.1.2 Métodos de integración	71
3.1.2.1 Método implícito	72
3.1.2.2 Método explícito	74
3.2 ABAQUS	74
4 MODELO NUMÉRICO.....	76
4.1 INTRODUCCIÓN	77
4.2 TRABAJO EXISTENTE	78
4.3 MODELOS NUMÉRICOS EMPLEADOS	78
4.3.1 Endurecimiento volumétrico.....	79
4.3.1.1 Zona elástica	80
4.3.1.2 Criterio de plastificación	80
4.3.1.3 Zona plástica: potencial de flujo y deformación plástica.....	84
4.3.1.4 Zona plástica: endurecimiento por deformación plástica	85
4.3.1.5 Endurecimiento por velocidad de deformación.....	87
4.3.1.6 Calibración.....	88
4.3.2 Endurecimiento isotrópico.....	91
4.3.2.1 Zona elástica	91
4.3.2.2 Criterio de plastificación.....	91
4.3.2.3 Zona plástica: potencial de flujo y deformación plástica.....	95
4.3.2.4 Zona plástica: endurecimiento por deformación plástica	97
4.3.2.5 Endurecimiento por velocidad de deformación.....	98
4.3.2.6 Calibración.....	100
4.3.3 Observaciones	102
4.3.4 Leyes de endurecimiento	102

4.3.4.1	Ley de endurecimiento de Hanssen y otros (2002).....	105
4.3.4.2	Ley de endurecimiento de Reyes y otros (2003)	107
5	CARACTERIZACIÓN DEL MATERIAL	111
5.1	MATERIAL EMPLEADO.....	112
5.2	DATOS EXPERIMENTALES.....	113
5.3	CALIBRACIÓN DE LOS MODELOS.....	114
5.3.1	<i>Zona elástica</i>	115
5.3.2	<i>Criterio de plastificación</i>	117
5.3.3	<i>Endurecimiento por deformación plástica</i>	126
5.3.4	<i>Endurecimiento por velocidad de deformación</i>	127
6	SIMULACIÓN NUMÉRICA.....	129
6.1	DESCRIPCIÓN GENERAL DE LAS SIMULACIONES	130
6.2	ENSAYO CAL1	132
6.3	ENSAYO CAL4.....	137
6.4	ENSAYO MVAL1.....	141
6.5	ENSAYO MVAL2.....	146
6.6	ENSAYO MVAL3.....	153
7	ANÁLISIS DE RESULTADOS	162
8	CONCLUSIONES	167
9	TRABAJO FUTURO.....	170
10	REFERENCIAS.....	172

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 2.1. PROPIEDADES MECÁNICAS EXPERIMENTALES OBTENIDAS DE DIFERENTES MATERIALES POROSOS [8].	53
TABLA 2.2. CÁLCULO DE PROPIEDADES MECÁNICAS DE ESPUMAS METÁLICAS A PARTIR DE PROPIEDADES BÁSICAS DE LAS ESPUMAS METÁLICAS Y DEL MATERIAL DE ORIGEN [8].	59
TABLA 4.1. EQUIVALENCIAS DE TENSIONES Y DEFORMACIONES PARA COMPRESIÓN HIDROSTÁTICA Y UNIAXIAL.	105
TABLA 4.2. LEY DE ENDURECIMIENTO SIMPLIFICADA SEGÚN TIPO DE CARGA.	109
TABLA 5.1. ENSAYOS EXPERIMENTALES DISPONIBLES [33].	113
TABLA 5.2. LISTADO DE PROBETAS.	114
TABLA 5.3. TABLA DE CALIBRACIONES Y CARACTERÍSTICAS PARA CADA MATERIAL.	115
TABLA 5.4. CONSTANTES PARA EL CÁLCULO DEL MÓDULO DE YOUNG EN DIRECCIÓN Y .	116
TABLA 5.5. VALORES DEL MÓDULO DE YOUNG EN DIRECCIÓN Y .	117
TABLA 5.6. VALORES DEL COEFICIENTE DE POISSON ELÁSTICO.	117
TABLA 5.7. FACTORES DE LA LEY DE ENDURECIMIENTO PARA <i>Iso1</i> .	119
TABLA 5.8. VALORES DEL COEFICIENTE DE POISSON PLÁSTICO PARA LA CALIBRACIÓN <i>Iso2</i> .	121
TABLA 5.9. FACTORES DE LA LEY DE ENDURECIMIENTO PARA <i>Iso2</i> .	122
TABLA 5.10. FACTORES DE FORMA DE LA ELIPSE DE PLASTIFICACIÓN PARA LA CALIBRACIÓN <i>Iso2</i> .	123
TABLA 5.11. DATOS PARA LA DEFINICIÓN DE LA ELIPSE DE PLASTIFICACIÓN INICIAL EN LA CALIBRACIÓN <i>Vol2</i> DEL MATERIAL <i>Ro2</i> .	124
TABLA 5.12. PARÁMETROS DE CALIBRACIÓN PARA MODELOS DE ENDURECIMIENTO ISOTRÓPICO.	124
TABLA 5.13. PARÁMETROS DE CALIBRACIÓN PARA MODELOS DE ENDURECIMIENTO VOLUMÉTRICO.	125
TABLA 5.14. INICIO TEÓRICO DE LA ZONA PLÁSTICA EN COMPRESIÓN UNIAXIAL PARA CADA MATERIAL.	126
TABLA 6.1. CARACTERÍSTICAS GENERALES DE CADA SIMULACIÓN NUMÉRICA.	130
TABLA 6.2. VALORES DEL MÓDULO DE YOUNG EN CADA UNA DE LAS SIMULACIONES DEL ENSAYO <i>Cal1</i> .	137
TABLA 6.3. TIEMPO DE CÁLCULO RELATIVO CORRESPONDIENTE A LAS SIMULACIONES DEL ENSAYO <i>Cal1</i> .	137
TABLA 6.4. TIEMPO DE CÁLCULO RELATIVO CORRESPONDIENTE A LAS SIMULACIONES DEL ENSAYO <i>Cal4</i> .	141
TABLA 6.5. TIEMPO DE CÁLCULO RELATIVO CORRESPONDIENTE A LAS SIMULACIONES DEL ENSAYO <i>Mval1</i> .	146
TABLA 6.6. TIEMPO DE CÁLCULO RELATIVO CORRESPONDIENTE A LAS SIMULACIONES DEL ENSAYO <i>Mval2</i> .	152
TABLA 6.7. TIEMPO DE CÁLCULO RELATIVO CORRESPONDIENTE A LAS SIMULACIONES DEL ENSAYO <i>Mval3</i> .	161

ÍNDICE DE ECUACIONES

ECUACIÓN 2.1. DENSIDAD RELATIVA.....	22
ECUACIÓN 2.2. RELACIÓN ENTRE MÓDULO DE YOUNG A COMPRESIÓN Y A TRACCIÓN EN LAS ESPUMAS METÁLICAS.....	52
ECUACIÓN 2.3. FORMA GENERAL DE LAS ECUACIONES PARA LA OBTENCIÓN DE PROPIEDADES DE ESPUMAS METÁLICAS.....	57
ECUACIÓN 2.4. CÁLCULO DEL MÓDULO DE YOUNG.....	57
ECUACIÓN 2.5. CÁLCULO DEL MÓDULO DE CORTADURA.....	58
ECUACIÓN 2.6. VALOR APROXIMADO DEL MÓDULO DE POISSON.....	58
ECUACIÓN 2.7. ECUACIÓN PARA EL CÁLCULO DE LA TENSIÓN DE MESETA.....	58
ECUACIÓN 2.8. ECUACIÓN PARA LA OBTENCIÓN DE LA DEFORMACIÓN DE COMPACTACIÓN.....	58
ECUACIÓN 2.9. ECUACIÓN PARA LA OBTENCIÓN DE LA TENACIDAD A LA FRACTURA.....	58
ECUACIÓN 3.1. VECTOR POSICIÓN DE UN PUNTO.....	63
ECUACIÓN 3.2. VECTOR DESPLAZAMIENTO DE UN PUNTO.....	63
ECUACIÓN 3.3. VECTOR DEFORMACIÓN EN UN PUNTO.....	64
ECUACIÓN 3.4. TENSOR O MATRIZ DE DEFORMACIÓN.....	65
ECUACIÓN 3.5. RELACIÓN ENTRE DESPLAZAMIENTOS Y DEFORMACIONES.....	65
ECUACIÓN 3.6. OPERADOR MATRICIAL QUE RELACIONA DESPLAZAMIENTOS Y DEFORMACIONES.....	65
ECUACIÓN 3.7. VECTOR TENSIÓN.....	66
ECUACIÓN 3.8. TRABAJO REALIZADO POR LAS TENSIONES.....	66
ECUACIÓN 3.9. RELACIÓN VECTORIAL TENSIÓN-DEFORMACIÓN.....	66
ECUACIÓN 3.10. MATRIZ DE ELASTICIDAD PARA MATERIALES ISÓTROPAS.....	67
ECUACIÓN 3.11. RELACIÓN ENTRE DESPLAZAMIENTOS Y CARGAS.....	67
ECUACIÓN 3.12. CONSTRUCCIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ.....	67
ECUACIÓN 3.13. CONSTRUCCIÓN DEL VECTOR CARGAS.....	68
ECUACIÓN 3.14. RELACIÓN ENTRE DEFORMACIONES Y DESPLAZAMIENTOS DE FRONTERA.....	68
ECUACIÓN 3.15. RELACIÓN ENTRE EL DESPLAZAMIENTO DE CUALQUIER PUNTO Y EL DESPLAZAMIENTO DE LOS PUNTOS DE REFERENCIA.....	69
ECUACIÓN 3.16. DESARROLLO DE LA MATRIZ DEFORMACIÓN-DESPLAZAMIENTO.....	69
ECUACIÓN 3.17. PRINCIPIO DE TRABAJOS VIRTUALES.....	69
ECUACIÓN 3.18. TRABAJO VIRTUAL REALIZADO POR LAS FUERZAS APLICADAS EN UN ELEMENTO.....	69
ECUACIÓN 3.19. ENERGÍA ALMACENADA EN UN ELEMENTO.....	69
ECUACIÓN 3.20.....	69
ECUACIÓN 3.21.....	70
ECUACIÓN 3.22.....	70
ECUACIÓN 3.23.....	70
ECUACIÓN 3.24. DESARROLLO DEL PRINCIPIO DE LOS TRABAJOS VIRTUALES.....	70
ECUACIÓN 3.25.....	70
ECUACIÓN 3.26.....	70
ECUACIÓN 3.27. VECTOR DE CARGA ASOCIADO A LAS CARGAS NODALES.....	70
ECUACIÓN 3.28.....	70
ECUACIÓN 3.29. EQUILIBRIO DE FUERZAS.....	71
ECUACIÓN 3.30.....	71
ECUACIÓN 3.31. ECUACIÓN GENERAL DEL EQUILIBRIO DINÁMICO.....	71
ECUACIÓN 3.32. DESPLAZAMIENTOS PARA EL MÉTODO IMPLÍCITO.....	72
ECUACIÓN 3.33. VELOCIDADES PARA EL MÉTODO IMPLÍCITO.....	72
ECUACIÓN 3.34. INCÓGNITA DE TERCER ORDEN.....	72
ECUACIÓN 3.35. DESPLAZAMIENTOS SEGÚN NEWMARK.....	72
ECUACIÓN 3.36. VELOCIDADES SEGÚN NEWMARK.....	72
ECUACIÓN 3.37.....	73
ECUACIÓN 3.38.....	73
ECUACIÓN 3.39. ACELERACIÓN ESTIMADA EN EL INCREMENTO.....	74
ECUACIÓN 3.40. VELOCIDAD ESTIMADA EN EL INCREMENTO.....	74
ECUACIÓN 3.41. DESPLAZAMIENTO ESTIMADO EN EL DESPLAZAMIENTO.....	74
ECUACIÓN 4.1. CRITERIO DE PLASTIFICACIÓN DEL MODELO DE ENDURECIMIENTO VOLUMÉTRICO.....	80
ECUACIÓN 4.2. TENSIÓN EQUIVALENTE DE VON MISES.....	81
ECUACIÓN 4.3. TENSIÓN HIDROSTÁTICA.....	81
ECUACIÓN 4.4. PUNTO MEDIO DE LA SUPERFICIE DE PLASTIFICACIÓN.....	81
ECUACIÓN 4.5. TAMAÑO DEL SEMIEJE HORIZONTAL.....	81

ECUACIÓN 4.6. TAMAÑO DEL SEMIEJE VERTICAL.	82
ECUACIÓN 4.7. FACTOR DE FORMA, RELACIÓN ENTRE SEMIEJES DE LA ELIPSE DE PLASTIFICACIÓN.	82
ECUACIÓN 4.8. FACTOR DE FORMA.	82
ECUACIÓN 4.9. RELACIÓN DE TENSIONES DE PLASTIFICACIÓN A COMPRESIÓN.	82
ECUACIÓN 4.10. RELACIÓN DE TENSIONES DE PLASTIFICACIÓN HIDROSTÁTICAS.	82
ECUACIÓN 4.11. CRITERIO DE PLASTIFICACIÓN EN FUNCIÓN DE LA TENSIÓN EQUIVALENTE.	83
ECUACIÓN 4.12. TENSIÓN EQUIVALENTE.	83
ECUACIÓN 4.13. TENSIÓN DE PLASTIFICACIÓN EN FUNCIÓN DE LA TENSIÓN A COMPRESIÓN HIDROSTÁTICA.	84
ECUACIÓN 4.14. TENSIÓN DE PLASTIFICACIÓN EN FUNCIÓN DE LA TENSIÓN A COMPRESIÓN UNIAxIAL.	84
ECUACIÓN 4.15. POTENCIAL DE FLUJO DEL MODELO DE ENDURECIMIENTO VOLUMÉTRICO.	84
ECUACIÓN 4.16. VECTOR VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN PLÁSTICA.	84
ECUACIÓN 4.17. VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN PLÁSTICA EQUIVALENTE.	84
ECUACIÓN 4.18. FLUJO PLÁSTICO EN COMPRESIÓN UNIAxIAL.	85
ECUACIÓN 4.19. RELACIÓN ENTRE DEFORMACIONES EN COMPRESIÓN UNIAxIAL.	85
ECUACIÓN 4.20. DEFORMACIÓN PLÁSTICA VOLUMÉTRICA.	85
ECUACIÓN 4.21. RELACIÓN ENTRE TENSIÓN DE PLASTIFICACIÓN A COMPRESIÓN HIDROSTÁTICA Y TENSIÓN DE PLASTIFICACIÓN A COMPRESIÓN UNIAxIAL EN UNA ELIPSE DE PLASTIFICACIÓN DEL MODELO VOLUMÉTRICO.	86
ECUACIÓN 4.22. LEY DE ENDURECIMIENTO POR VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN DE COWPER-SYMONDS.	87
ECUACIÓN 4.23. RELACIÓN DE SEMIEJES PARA LA LEY DE COWPER-SYMONDS.	87
ECUACIÓN 4.24. RELACIÓN DE SEMIEJES.	88
ECUACIÓN 4.25. RELACIÓN DE TENSIONES DE PLASTIFICACIÓN A COMPRESIÓN PARA LA LEY DE COWPER-SYMONDS.	88
ECUACIÓN 4.26. LEY DE COWPER-SYMONDS EN LOGARITMOS.	88
ECUACIÓN 4.27. TENSIÓN A TRACCIÓN HIDROSTÁTICA DE PLASTIFICACIÓN.	89
ECUACIÓN 4.28. CRITERIO DE PLASTIFICACIÓN DEL MODELO DE ENDURECIMIENTO ISOTRÓPICO.	92
ECUACIÓN 4.29. TENSIÓN EQUIVALENTE DE VON MISES.	92
ECUACIÓN 4.30. TENSIÓN HIDROSTÁTICA.	92
ECUACIÓN 4.31. TAMAÑO DEL SEMIEJE HORIZONTAL.	92
ECUACIÓN 4.32. TAMAÑO DEL SEMIEJE VERTICAL.	93
ECUACIÓN 4.33. FACTOR DE FORMA, RELACIÓN ENTRE SEMIEJES DE LA ELIPSE DE PLASTIFICACIÓN.	93
ECUACIÓN 4.34. FACTOR DE FORMA.	93
ECUACIÓN 4.35. RELACIÓN DE TENSIONES DE PLASTIFICACIÓN A COMPRESIÓN.	93
ECUACIÓN 4.36. COEFICIENTE DE TENSIONES DE PLASTIFICACIÓN RELACIONADO CON EL COEFICIENTE DE POISSON PLÁSTICO.	94
ECUACIÓN 4.37. FACTOR DE FORMA SIMPLIFICADO.	94
ECUACIÓN 4.38. CRITERIO DE PLASTIFICACIÓN EN FUNCIÓN DE LA TENSIÓN EQUIVALENTE.	95
ECUACIÓN 4.39. TENSIÓN EQUIVALENTE.	95
ECUACIÓN 4.40. TENSIÓN DE PLASTIFICACIÓN EN FUNCIÓN DE LA TENSIÓN A COMPRESIÓN HIDROSTÁTICA.	95
ECUACIÓN 4.41. TENSIÓN DE PLASTIFICACIÓN EN FUNCIÓN DE LA TENSIÓN A COMPRESIÓN UNIAxIAL.	95
ECUACIÓN 4.42. POTENCIAL DE FLUJO DEL MODELO DE ENDURECIMIENTO VOLUMÉTRICO.	95
ECUACIÓN 4.43. FACTOR DE FORMA DE LAS ELIPSES EQUIPOTENCIALES.	96
ECUACIÓN 4.44. VALORES ADMISIBLES DE LOS FACTORES DEL FLUJO PLÁSTICO.	96
ECUACIÓN 4.45. RELACIÓN ADICIONAL VÁLIDA EN UN FLUJO PLÁSTICO ASOCIADO.	96
ECUACIÓN 4.46. VECTOR VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN PLÁSTICA.	96
ECUACIÓN 4.47. VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN PLÁSTICA EQUIVALENTE.	97
ECUACIÓN 4.48. FLUJO PLÁSTICO EN COMPRESIÓN UNIAxIAL.	97
ECUACIÓN 4.49. RELACIÓN ENTRE TENSIÓN DE PLASTIFICACIÓN A COMPRESIÓN HIDROSTÁTICA Y TENSIÓN DE PLASTIFICACIÓN A COMPRESIÓN UNIAxIAL EN UNA ELIPSE DE PLASTIFICACIÓN DEL MODELO ISOTRÓPICO.	98
ECUACIÓN 4.50. LEY DE ENDURECIMIENTO POR VELOCIDAD DE DEFORMACIÓN DE COWPER-SYMONDS.	99
ECUACIÓN 4.51. RELACIÓN DE TENSIONES DE PLASTIFICACIÓN PARA LA LEY DE COWPER-SYMONDS.	99
ECUACIÓN 4.52. LEY DE COWPER-SYMONDS EN LOGARITMOS.	99
ECUACIÓN 4.53. MÓDULO DE ENDURECIMIENTO.	103
ECUACIÓN 4.54. MÓDULO DE ENDURECIMIENTO DISCRETIZADO.	103
ECUACIÓN 4.55. DESDOBLAMIENTO DEL MÓDULO DE ENDURECIMIENTO.	103
ECUACIÓN 4.56. SIMPLIFICACIÓN DEL MÓDULO DE ENDURECIMIENTO.	104
ECUACIÓN 4.57. MÓDULO DE ENDURECIMIENTO DE COMPRESIÓN UNIAxIAL.	104

ECUACIÓN 4.58. TENSIÓN EQUIVALENTE.	104
ECUACIÓN 4.59. DEFORMACIÓN PLÁSTICA EQUIVALENTE.....	104
ECUACIÓN 4.60. CONSTANTE DE PROPORCIONALIDAD PARA UN ESTADO TENSIONAL PROPORCIONAL.	104
ECUACIÓN 4.61. LEY DE ENDURECIMIENTO PROPUESTA POR HANSSEN Y OTROS (2002).	106
ECUACIÓN 4.62. DEFORMACIÓN INGENIERIL DE DENSIFICACIÓN.....	106
ECUACIÓN 4.63. CONSTANTES EN FUNCIÓN DE LA DENSIDAD RELATIVA.....	106
ECUACIÓN 4.64. RELACIÓN ENTRE TENSIÓN INGENIERIL Y REAL.	106
ECUACIÓN 4.65. LEY DE ENDURECIMIENTO PROPUESTA POR REYES Y OTROS (2003).....	107
ECUACIÓN 4.66. DEFORMACIÓN REAL DE DENSIFICACIÓN.	107
ECUACIÓN 4.67. FACTOR DE CONDICIÓN DE CARGA.	107
ECUACIÓN 4.68. DEFORMACIÓN REAL SIMPLIFICADA.	108
ECUACIÓN 4.69. CONSTANTE DE DENSIFICACIÓN.	108
ECUACIÓN 4.70. LEY DE ENDURECIMIENTO PARA COMPRESIÓN UNIAxIAL.....	108
ECUACIÓN 4.71. LEY DE ENDURECIMIENTO PARA COMPRESIÓN UNIAxIAL EN FUNCIÓN DE LA CONSTANTE DE DENSIFICACIÓN, K_D	108
ECUACIÓN 4.72. LEY DE ENDURECIMIENTO PARA COMPRESIÓN HIDROSTÁTICA.	109
ECUACIÓN 4.73. LEY DE ENDURECIMIENTO PARA COMPRESIÓN HIDROSTÁTICA EN FUNCIÓN DE LA CONSTANTE DE DENSIFICACIÓN, K_D	109
ECUACIÓN 4.74. CONSTANTE DE PROPORCIONALIDAD ENTRE ENDURECIMIENTO HIDROSTÁTICO Y UNIAxIAL.	109
ECUACIÓN 5.1. MÓDULO DE YOUNG EN DIRECCIÓN Y EN FUNCIÓN DE LA DENSIDAD RELATIVA.	116
ECUACIÓN 5.2. COEFICIENTE DE POISSON PLÁSTICO EN FUNCIÓN DE LAS DEFORMACIONES PLÁSTICAS REALES.	121
ECUACIÓN 5.3. EFECTO DINÁMICO SOBRE LA TENSIÓN DE MESETA.	127
ECUACIÓN 6.1. OBTENCIÓN DE LA FUERZA DE COMPRESIÓN A PARTIR DE LA TENSIÓN DE COMPRESIÓN Y EL ÁREA EFECTIVA DE LA PROBETA.	135
ECUACIÓN 6.2. CÁLCULO DEL INCREMENTO DE VOLUMEN A PARTIR DE LOS DATOS EXTRAÍDOS DE ABAQUS.	139
ECUACIÓN 6.3. RELACIÓN ENTRE LA CURVA ESTIMADA PARA INDENTACIÓN (M_{VAL1}) Y LA CURVA DE COMPRESIÓN UNIAxIAL ($CAL1$).	143
ECUACIÓN 6.4. RELACIÓN ENTRE LA CURVA ESTIMADA PARA COMPRESIÓN DIAGONAL (M_{VAL2}) Y LA CURVA DE COMPRESIÓN UNIAxIAL ($CAL1$).	149
ECUACIÓN 6.5. EXPRESIÓN DE LA DEFORMACIÓN PLÁSTICA EQUIVALENTE PARA EL ENSAYO DE COMPRESIÓN EN DOS FASES (M_{VAL3}).	156
ECUACIÓN 6.6. RELACIÓN ENTRE DEFORMACIONES PLÁSTICAS REALES PERTENECIENTES A LOS ENSAYOS $CAL1$ Y M_{VAL3}	156
ECUACIÓN 6.7. RELACIÓN ENTRE DESPLAZAMIENTOS EN EL EJE Z PERTENECIENTES A LOS ENSAYOS $CAL1$ Y M_{VAL3} PARA LA SEGUNDA FASE DE COMPRESIÓN (EN DICHO EJE).	156
ECUACIÓN 6.8. RELACIÓN ENTRE FUERZAS RESULTANTES EN EL EJE Z PERTENECIENTES A LOS ENSAYOS $CAL1$ Y M_{VAL3} PARA LA SEGUNDA FASE DE COMPRESIÓN (EN DICHO EJE).....	157

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 2.1. (A) CORAL PORITES DE LAS COSTAS DE CUBA, (B) VISTA MACROSCÓPICA DE LA ESTRUCTURA CORALINA Y (C) MICROMORFOLOGÍA DE DICHA ESTRUCTURA.	19
FIGURA 2.2. SÓLIDOS CELULARES BIDIMENSIONALES: (A) PANAL DE ABEJA NATURAL Y (B) PANAL DE ABEJA DE FACTURA HUMANA.	21
FIGURA 2.3. SÓLIDOS TRIDIMENSIONALES CELULARES: (A) POLIURETANO DE CELDA ABIERTA; (B) POLIETILENO DE CELDA CERRADA; (C) NÍQUEL, (D) COBRE Y (E) ZIRCONIO DE CELDAS PARCIALMENTE CERRADAS Y (F) MULLITE, (G) VIDRIO Y (H) ESPUMA DE POLIÉSTER DE CELDAS PARCIALMENTE ABIERTAS [27].	22
FIGURA 2.4. REPRESENTACIÓN ESQUEMÁTICA DE LA DIFERENCIA ENTRE UN SÓLIDO CELULAR Y UN SÓLIDO POROSO (CON HUECOS DISPERSOS) [27].	23
FIGURA 2.5. DETALLE DE DOS TIPOS DE MATERIALES CON HUECOS: (A) SÓLIDO CON POROS AISLADOS (QUESO) Y (B) SÓLIDO CELULAR (PAN).	24
FIGURA 2.6. PRINCIPALES FORMAS DE LAS CELDAS EN SÓLIDOS CELULARES BIDIMENSIONALES: (A) TRIÁNGULO EQUILÁTERO, (B) TRIÁNGULO ISÓSCELES, (C) CUADRADO, (D) PARALELOGRAMO, (E) HEXÁGONO REGULAR Y (F) HEXÁGONO IRREGULAR. ADVIÉRTASE QUE CUALQUIER TRIÁNGULO, CUADRILÁTERO O HEXÁGONO CON AL MENOS UN EJE DE SIMETRÍA PODRÁ FORMAR UNA RED BIDIMENSIONAL SIN DEJAR HUECOS [27].	25
FIGURA 2.7. PRINCIPALES FORMAS DE AGRUPAMIENTO DE LAS CELDAS FORMANDO SÓLIDOS CELULARES BIDIMENSIONALES [27].	25
FIGURA 2.8. ESPUMA DE JABÓN RETENIDA ENTRE DOS CRISTALES PARALELOS.	26
FIGURA 2.9. PRINCIPALES FORMAS DE LAS CELDAS EN SÓLIDOS CELULARES TRIDIMENSIONALES: (A) TETRAEDRO, (B) PRISMA TRIANGULAR, (C) PRISMA RECTANGULAR, (D) PRISMA HEXAGONAL, (E) OCTAEDRO, (F) DODECAEDRO RÓMBICO, (G) DODECAEDRO PENTAGONAL, (H) TETRACAIDECAEDRO Y (I) ICOSAEDRO [27].	26
FIGURA 2.10. ALGUNAS FORMAS DE AGRUPAMIENTO DE LAS CELDAS: (A), (B) Y (C) FORMANDO SÓLIDOS CELULARES BIDIMENSIONALES Y (D) Y (E) FORMANDO SÓLIDOS CELULARES TRIDIMENSIONALES [27].	27
FIGURA 2.11. DETALLE DE UNA ESTRUCTURA ÓSEA [67].	27
FIGURA 2.12. ESTRUCTURA INTERNA DEL CATALIZADOR DE LA LÍNEA DE ESCAPE DE UN MOTOR DE COMBUSTIÓN INTERNA.	29
FIGURA 2.13. PROCESOS DE FABRICACIÓN DE ESPUMAS METÁLICAS [9].	31
FIGURA 2.14. ESQUEMA DEL MÉTODO DE ESPUMADO POR INYECCIÓN DE GAS [9].	32
FIGURA 2.15. MÉTODO DE ESPUMADO MEDIANTE LA ADICIÓN DE AGENTES ESPUMANTES DE ORIGEN QUÍMICO (AGENTES SOPLANTES) [9].	33
FIGURA 2.16. ESTRUCTURA DE POROS DE UNA ESPUMA METÁLICA “ALPORAS” [9].	33
FIGURA 2.17. SECCIÓN DE DOS ESPUMAS DIFERENTES (ESPUMA DE ZINC Y PAN), TAMBIÉN CON GASES LIBERADOS DISTINTOS PARA GENERAR LAS CITADAS ESPUMAS (H ₂ EN EL CASO DEL ALUMINIO Y CO ₂ EN EL DEL PAN) [10].	34
FIGURA 2.18. CROQUIS DEL PROCESO DE FABRICACIÓN DE ESPUMAS METÁLICAS MEDIANTE PULVIMETALURGIA [9].	35
FIGURA 2.19. PANEL SÁNDWICH DE ALUMINIO CON NÚCLEO DE ESPUMA REALIZADO MEDIANTE PROCESOS PULVIMETALÚRGICOS (ENCIMA) Y PRECURSOR (DEBAJO) [35].	36
FIGURA 2.20. DIAGRAMA DE FASES TÍPICO CON PUNTO EUTÉCTICO.	36
FIGURA 2.21. SECCIÓN DE ESPUMA METÁLICA ‘GASAR’ CON POROS MUY ALARGADOS [9].	37
FIGURA 2.22. RANGO DE PROPIEDADES DISPONIBLE PARA EL INGENIERO A TRAVÉS DEL PROCESO DE ESPUMADO: (A) DENSIDAD, (B) CONDUCTIVIDAD TÉRMICA, (C) MÓDULO DE YOUNG Y (D) RESISTENCIA ÚLTIMA (O A LA FRACTURA) [8].	39
FIGURA 2.23. BOYA LUMINOSA “GALICIA 800” RELLENA DE ESPUMA DE POLIURETANO DE ALTA DENSIDAD [13].	40
FIGURA 2.24. IMPACTO FRONTAL DE UN VEHÍCULO DE ENSAYOS CON ESPUMA METÁLICA EN SU ESTRUCTURA [5].	41
FIGURA 2.25. PASTILLAS DE FRENO PARA UN FRENO DE DISCO.	41
FIGURA 2.26. MEMBRANA DE POLITETRAFLUORETILENO (TEFLÓN) EXPANDIDO TERMO-MECÁNICAMENTE.	42
FIGURA 2.27. ESQUEMA CONSTITUTIVO DE UNA PRENDA DE VESTIR EQUIPADA CON MEMBRANA GORE-TEX®.	42
FIGURA 2.28. DIFERENTES APLICACIONES DE LAS ESPUMAS METÁLICAS [34].	43
FIGURA 2.29. USO DE ESPUMAS METÁLICAS EN VEHÍCULOS [17].	44

FIGURA 2.30. SOPORTES DEL BLOQUE MOTOR DE UN PROTOTIPO DE BMW REALIZADOS EN ALUMINIO CON NÚCLEO DE ESPUMA DE ALUMINIO [10].	44
FIGURA 2.31. CATALIZADOR BASADO EN ESPUMA METÁLICA [46].	45
FIGURA 2.32. ESQUEMA DE UNA CABEZA TRACTORA TGV ATLANTIQUE [12].	45
FIGURA 2.33. PANEL SÁNDWICH CON NÚCLEO DE ESPUMA DE ALUMINIO [39].	46
FIGURA 2.34. PANEL SÁNDWICH CURVADO CON NÚCLEO DE ESPUMA METÁLICA [64].	46
FIGURA 2.35. PRÓTESIS DE CADERA CON ESPUMA METÁLICA BIOCÓMPATIBLE [49].	47
FIGURA 2.36. INTERCAMBIADOR DE CALOR REALIZADO CON ESPUMA METÁLICA [24].	48
FIGURA 2.37. TANQUES PARA EL ALMACENAMIENTO DE NITRÓGENO LÍQUIDO RECUBIERTOS DE ESPUMA METÁLICA [24].	48
FIGURA 2.38. LOGOTIPO CORPORATIVO REALIZADO EN ESPUMA METÁLICA [50].	49
FIGURA 2.39. CURVA TIPO TENSIÓN-DEFORMACIÓN TÍPICA DE UNA ESPUMA METÁLICA DE CELDA ABIERTA SOMETIDA A COMPRESIÓN UNIAXIAL [8].	50
FIGURA 2.40. CURVA TENSIÓN-DEFORMACIÓN SIMPLIFICADA Y GENERALIZADA DE UNA COMPRESIÓN UNIAXIAL DE UNA ESPUMA METÁLICA [13].	51
FIGURA 2.41. GRÁFICAS TENSIÓN-DEFORMACIÓN EN COMPRESIÓN UNIAXIAL DE VARIAS ESPUMAS METÁLICAS COMERCIALES: ALCAN, ALPORAS (CELDA CERRADA), ALULIGHT (CELDA CERRADA), ERG Y FRAUNHOFER [7].	52
FIGURA 2.42. DIFERENCIAS EN EL COMPORTAMIENTO DE UNA ESPUMA METÁLICA A TRACCIÓN Y A COMPRESIÓN [33].	52
FIGURA 2.43. CURVAS DE RESISTENCIA A FATIGA PARA ESPUMAS DE TIPO ALPORAS [8].	54
FIGURA 2.44. DIAGRAMA REPRESENTANDO EL MÓDULO DE YOUNG A COMPRESIÓN FRENTE A LA DENSIDAD DE LAS ESPUMAS METÁLICAS DISPONIBLES [8].	55
FIGURA 2.45. DIAGRAMA REPRESENTANDO LA RESISTENCIA A COMPRESIÓN FRENTE A LA DENSIDAD DE LAS ESPUMAS METÁLICAS DISPONIBLES ACTUALMENTE [8].	56
FIGURA 2.46. DIAGRAMA REPRESENTANDO LA RIGIDEZ ESPECÍFICA FRENTE A LA RESISTENCIA A COMPRESIÓN ESPECÍFICA DE LAS ESPUMAS METÁLICAS DISPONIBLES ACTUALMENTE [8].	56
FIGURA 3.1. PARALEPÍPEDO DE DEFORMACIONES EN UN PUNTO.	64
FIGURA 3.2. PARALEPÍPEDO SOBRE EL QUE ACTÚAN UN GRUPO DE TENSIONES TRIDIMENSIONAL.	66
FIGURA 3.3. ELEMENTO FINITO SOMETIDO A ESFUERZOS.	68
FIGURA 4.1. SUPERFICIES DE PLASTIFICACIÓN RESULTANTES DEL CRITERIO DE PLASTIFICACIÓN DEL MODELO DE ENDURECIMIENTO VOLUMÉTRICO.	83
FIGURA 4.2. EVOLUCIÓN DE LA SUPERFICIE DE PLASTIFICACIÓN EN EL MODELO DE ENDURECIMIENTO VOLUMÉTRICO.	86
FIGURA 4.3. SUPERFICIES DE PLASTIFICACIÓN RESULTANTES DEL CRITERIO DE PLASTIFICACIÓN DEL MODELO DE ENDURECIMIENTO ISOTRÓPICO.	94
FIGURA 4.4. EVOLUCIÓN DE LA SUPERFICIE DE PLASTIFICACIÓN EN EL MODELO DE ENDURECIMIENTO ISOTRÓPICO.	98
FIGURA 5.1. SISTEMA DE REFERENCIA DE LAS ESPUMAS FABRICADAS MEDIANTE COLADA CONTINUA [33].	112
FIGURA 5.2. COMPORTAMIENTO A COMPRESIÓN Y ROTURA DE FLANCOS [33].	114
FIGURA 5.3. VALORES DEL MÓDULO DE YOUNG EN DIRECCIÓN Y EN FUNCIÓN DE LA DEFORMACIÓN REAL PLÁSTICA ACUMULADA [33].	116
FIGURA 5.4. RESULTADOS EXPERIMENTALES DEL ENSAYO <i>CAL1</i> (CURVAS DESPLAZAMIENTO, Δz – FUERZA DE COMPRESIÓN, F) PARA LOS TRES MATERIALES [33].	117
FIGURA 5.5. RESULTADOS EXPERIMENTALES DEL ENSAYO <i>CAL4</i> (CURVAS VARIACIÓN DE VOLUMEN, Δv – PRESIÓN, P) PARA LOS TRES MATERIALES [33].	118
FIGURA 5.6. CURVA EXPERIMENTAL Y APROXIMACIÓN (SEGÚN <i>Iso1</i>) DEL ENSAYO DE COMPRESIÓN UNIAXIAL (<i>CAL1</i>).	119
FIGURA 5.7. CURVA EXPERIMENTAL Y APROXIMACIÓN (SEGÚN <i>Iso1</i>) DEL ENSAYO DE COMPRESIÓN HIDROSTÁTICA (<i>CAL4</i>).	120
FIGURA 5.8. PROBETA CÚBICA DE DENSIDAD <i>Ro3</i> ANTES Y DESPUÉS DEL ENSAYO <i>CAL1</i> [33].	120
FIGURA 5.9. CURVA EXPERIMENTAL Y APROXIMACIÓN (SEGÚN <i>Iso2</i>) DEL ENSAYO DE COMPRESIÓN UNIAXIAL (<i>CAL1</i>).	121
FIGURA 5.10. CURVA EXPERIMENTAL Y APROXIMACIÓN (SEGÚN <i>Iso2</i>) DEL ENSAYO DE COMPRESIÓN HIDROSTÁTICA (<i>CAL4</i>).	122
FIGURA 5.11. CURVA EXPERIMENTAL Y APROXIMACIÓN (SEGÚN <i>Iso3</i>) DEL ENSAYO DE COMPRESIÓN HIDROSTÁTICA (<i>CAL4</i>).	123
FIGURA 5.12. SUPERFICIES DE PLASTIFICACIÓN PARA EL MATERIAL <i>Ro1</i> .	125
FIGURA 5.13. SUPERFICIES DE PLASTIFICACIÓN PARA EL MATERIAL <i>Ro2</i> .	125

FIGURA 5.14. SUPERFICIES DE PLASTIFICACIÓN PARA EL MATERIAL <i>Ro3</i>	126
FIGURA 6.1. CARGAS Y CONDICIONES DE CONTORNO APLICADAS SOBRE EL CUARTO DE PROBETA EN EL ENSAYO <i>CAL1</i> SEGÚN EL TIPO DE PASO EMPLEADO.	133
FIGURA 6.2. MALLADO DEL CUARTO DE PROBETA EN EL ENSAYO <i>CAL1</i> SEGÚN EL TIPO DE PASO EMPLEADO.	134
FIGURA 6.3. COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS NUMÉRICOS DEL ENSAYO <i>CAL1</i> UTILIZANDO PASOS DEL TIPO <i>DYNAMIC-EXPLICIT</i> CON LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES.	135
FIGURA 6.4. DEFORMADA Y DISTRIBUCIÓN DE TENSIÓN DE VON MISES EN EL INSTANTE FINAL DEL PROCESO DE COMPRESIÓN (<i>CAL1</i>) PARA VARIAS CALIBRACIONES DEL MATERIAL <i>Ro3</i> UTILIZANDO UN PASO <i>DYNAMIC-EXPLICIT</i>	136
FIGURA 6.5. COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS NUMÉRICOS DEL ENSAYO <i>CAL1</i> UTILIZANDO PASOS DEL TIPO <i>STATIC-GENERAL</i> CON LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES.	136
FIGURA 6.6. CARGAS Y CONDICIONES DE CONTORNO APLICADAS SOBRE EL OCTAVO DE PROBETA EN EL ENSAYO <i>CAL4</i>	138
FIGURA 6.7. MALLADO DEL OCTAVO DE PROBETA EN EL ENSAYO <i>CAL4</i>	138
FIGURA 6.8. COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS NUMÉRICOS DEL ENSAYO <i>CAL4</i> UTILIZANDO PASOS DEL TIPO <i>DYNAMIC-EXPLICIT</i> CON LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES.	139
FIGURA 6.9. DEFORMADA Y DISTRIBUCIÓN DE TENSIÓN DE VON MISES EN EL INSTANTE FINAL DEL PROCESO DE COMPRESIÓN HIDROSTÁTICA (<i>CAL4</i>) PARA LAS CALIBRACIONES DEL MATERIAL <i>Ro1</i> BASADAS EN EL MODELO DE ENDURECIMIENTO ISOTRÓPICO.	140
FIGURA 6.10. DEFORMADA Y DISTRIBUCIÓN DE TENSIÓN DE VON MISES EN EL INSTANTE FINAL DEL PROCESO DE COMPRESIÓN HIDROSTÁTICA (<i>CAL4</i>) PARA LAS CALIBRACIONES DEL MATERIAL <i>Ro1</i> BASADAS EN EL MODELO DE ENDURECIMIENTO VOLUMÉTRICO.	140
FIGURA 6.11. PROBETA ANTES Y DESPUÉS DE UN PROCESO DE INDENTACIÓN (<i>MVAL1</i>) [33].	141
FIGURA 6.12. CARGAS Y CONDICIONES DE CONTORNO APLICADAS SOBRE EL CUARTO DE PROBETA EN EL ENSAYO <i>MVAL1</i>	142
FIGURA 6.13. MALLADO DEL CUARTO DE PROBETA EN EL ENSAYO <i>MVAL1</i>	143
FIGURA 6.14. COMPARACIÓN ENTRE LA CURVA DE INDENTACIÓN (<i>MVAL1</i>) EXPERIMENTAL Y LA ESTIMADA MEDIANTE LA CURVA DE COMPRESIÓN UNIAXIAL (<i>CAL1</i>) ADAPTADA.	144
FIGURA 6.15. COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS NUMÉRICOS DEL ENSAYO <i>MVAL1</i> UTILIZANDO PASOS DEL TIPO <i>DYNAMIC-EXPLICIT</i> CON LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES.	144
FIGURA 6.16. DEFORMADA Y DISTRIBUCIÓN DE TENSIÓN DE VON MISES EN EL INSTANTE FINAL DEL PROCESO DE INDENTACIÓN (<i>MVAL1</i>) PARA LAS CALIBRACIONES DEL MATERIAL <i>Ro1</i> BASADAS EN EL MODELO DE ENDURECIMIENTO ISOTRÓPICO.	145
FIGURA 6.17. DEFORMADA Y DISTRIBUCIÓN DE TENSIÓN DE VON MISES EN EL INSTANTE FINAL DEL PROCESO DE INDENTACIÓN (<i>MVAL1</i>) PARA LAS CALIBRACIONES DEL MATERIAL <i>Ro1</i> BASADAS EN EL MODELO DE ENDURECIMIENTO VOLUMÉTRICO.....	145
FIGURA 6.18. DEFORMADA DE LOS CUARTOS DE PROBETA CON CALIBRACIÓN <i>Ro3Iso2</i> Y <i>Ro3Vol2</i> EN EL INSTANTE 0,022S E INCREMENTO 56447 Y 56441 RESPECTIVAMENTE.	146
FIGURA 6.19. PROBETA ANTES Y DESPUÉS DE UN PROCESO COMPRESIÓN DIAGONAL (<i>MVAL2</i>) [33].	147
FIGURA 6.20. CARGAS Y CONDICIONES DE CONTORNO APLICADAS SOBRE EL CUARTO DE PROBETA EN EL ENSAYO <i>MVAL2</i>	148
FIGURA 6.21. MALLADO DE LA MITAD DE PROBETA EN EL ENSAYO <i>MVAL2</i>	148
FIGURA 6.22. COMPARACIÓN ENTRE LA CURVA DE COMPRESIÓN DIAGONAL (<i>MVAL2</i>) EXPERIMENTAL Y LA ESTIMADA MEDIANTE LA CURVA DE COMPRESIÓN UNIAXIAL (<i>CAL1</i>) ADAPTADA.	149
FIGURA 6.23. COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS NUMÉRICOS DEL ENSAYO <i>MVAL2</i> UTILIZANDO PASOS DEL TIPO <i>DYNAMIC-EXPLICIT</i> CON LOS RESULTADOS NUMÉRICOS.	150
FIGURA 6.24. DEFORMADA Y DISTRIBUCIÓN DE TENSIÓN DE VON MISES EN EL INSTANTE FINAL DEL PROCESO DE COMPRESIÓN DIAGONAL (<i>MVAL2</i>) PARA CALIBRACIONES DEL MATERIAL <i>Ro1</i> BASADAS EN EL MODELO DE ENDURECIMIENTO ISOTRÓPICO.	151
FIGURA 6.25. DEFORMADA Y DISTRIBUCIÓN DE TENSIÓN DE VON MISES EN EL INSTANTE FINAL DEL PROCESO DE COMPRESIÓN DIAGONAL (<i>MVAL2</i>) PARA CALIBRACIONES DEL MATERIAL <i>Ro1</i> BASADAS EN EL MODELO DE ENDURECIMIENTO VOLUMÉTRICO.	151
FIGURA 6.26. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS NUMÉRICOS CON LA CALIBRACIÓN <i>Iso1</i> EN CADA DENSIDAD EMPLEANDO TRES COEFICIENTES DE ROZAMIENTO PARA LA COMPRESIÓN DIAGONAL (<i>MVAL2</i>) Y LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES.....	152
FIGURA 6.27. COMPARACIÓN ENTRE LOS RESULTADOS NUMÉRICOS CON LA CALIBRACIÓN <i>Iso1</i> Y LOS TRES MATERIALES EMPLEANDO ELEMENTOS CON Y SIN INTEGRACIÓN REDUCIDA PARA LA COMPRESIÓN DIAGONAL (<i>MVAL2</i>).	152
FIGURA 6.28. PROBETA ANTES Y DESPUÉS DE UN PROCESO DE COMPRESIÓN EN DOS FASES (<i>MVAL2</i>) [33].	153

FIGURA 6.29. CARGAS Y CONDICIONES DE CONTORNO APLICADAS SOBRE EL CUARTO DE PROBETA EN LA PRIMERA FASE (COMPRESIÓN EN DIRECCIÓN DEL EJE Y) DEL ENSAYO <i>MVAL3</i>	155
FIGURA 6.30. MALLADO DE LA MITAD DE PROBETA EN EL ENSAYO <i>MVAL3</i>	155
FIGURA 6.31. COMPARACIÓN ENTRE LA CURVA DE COMPRESIÓN EN DOS FASES (<i>MVAL3</i>) EXPERIMENTAL Y LA ESTIMADA MEDIANTE LA CURVA DE COMPRESIÓN UNIAxIAL (<i>CALI</i>) ADAPTADA.	158
FIGURA 6.32. COMPARACIÓN DE LOS RESULTADOS NUMÉRICOS PARA LA SEGUNDA FASE DE COMPRESIÓN DEL ENSAYO <i>MVAL3</i> UTILIZANDO PASOS DEL TIPO <i>DYNAMIC-EXPLICIT</i> CON LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES.	159
FIGURA 6.33. DEFORMADA Y DISTRIBUCIÓN DE TENSIÓN DE VON MISES AL FINAL DE LA PRIMERA FASE DE COMPRESIÓN (EN EL EJE Y) DEL PROCESO DE COMPRESIÓN EN DOS FASES DIAGONAL (<i>MVAL3</i>) PARA LA CALIBRACIÓN <i>Ro3Iso3</i>	159
FIGURA 6.34. DEFORMADA Y DISTRIBUCIÓN DE TENSIÓN DE VON MISES AL FINAL DE LA SEGUNDA FASE DE COMPRESIÓN (EN EL EJE Z) DEL PROCESO DE COMPRESIÓN EN DOS FASES DIAGONAL (<i>MVAL3</i>) PARA LA CALIBRACIÓN <i>Ro3Iso3</i>	160
FIGURA 6.35. DEFORMADA Y DISTRIBUCIÓN DE TENSIÓN DE VON MISES AL FINAL DE LA PRIMERA FASE DE COMPRESIÓN (EN EL EJE Y) DEL PROCESO DE COMPRESIÓN EN DOS FASES DIAGONAL (<i>MVAL3</i>) PARA LA CALIBRACIÓN <i>Ro3Vol2</i>	160
FIGURA 6.36. DEFORMADA Y DISTRIBUCIÓN DE TENSIÓN DE VON MISES AL FINAL DE LA SEGUNDA FASE DE COMPRESIÓN (EN EL EJE Z) DEL PROCESO DE COMPRESIÓN EN DOS FASES DIAGONAL (<i>MVAL3</i>) PARA LA CALIBRACIÓN <i>Ro3Vol2</i>	161

RESUMEN

Las nuevas aplicaciones ingenieriles para materiales que van surgiendo sucesivamente plantean nuevos requisitos técnicos cada vez más exigentes y específicos. Este aumento de las exigencias técnicas en las aplicaciones hace imprescindible la aparición de nuevos materiales o el desarrollo de algunos ya existentes pero infravalorados o ignorados durante años que satisfagan dichas exigencias.

Los materiales celulares (sólidos provistos de cavidades o huecos que se suceden más o menos uniformemente en todas las direcciones del material) constituyen una familia de materiales utilizada desde la antigüedad en innumerables y diversas aplicaciones. Pero históricamente todas estas aplicaciones han estado normalmente alejadas de cualquier fin estructural debido varias razones relacionadas con la complejidad que encierra la propia estructura interna del material poroso:

- A no ser que se pueda obtener directamente de la naturaleza (como la madera), la fabricación conlleva generalmente complejos procesos.
- La propia complejidad de los diferentes procesos de fabricación genera cierta aleatoriedad en las propiedades finales del material difícilmente controlable; lo que plantea evidentes problemas para la fabricación en serie.
- La modelización numérica es muy compleja como consecuencia de la complejidad morfológica como de la citada aleatoriedad.

Por otra parte, en estos materiales se da una confluencia de propiedades únicas: gran rigidez específica, ligereza, gran capacidad de absorción de energía por deformación... Además, poseen un amplio rango de valores para cada propiedad fácilmente obtenible variando los numerosos parámetros de fabricación. Por tanto, los materiales celulares son candidatos a ser empleados en multitud de campos.

Las espumas metálicas forman un subgrupo dentro de esta familia que, por sus favorables propiedades mecánicas, son los sólidos celulares más adecuados para aplicaciones estructurales.

Precisamente, este proyecto se centra en las espumas metálicas para intentar convertirse en un punto de partida y referencia para futuros trabajos en este campo dentro de la universidad.

Se aborda en primer lugar una descripción detallada de los materiales celulares en general y de las espumas metálicas en concreto. Esta descripción incluye:

- Descripción y clasificación de este tipo de materiales.
- Estudio de la unidad básica de dichos materiales: la celda.
- Procesos de fabricación.
- Propiedades de los materiales celulares y de las espumas metálicas.
- Aplicaciones de los citados tipos de material.

En segundo lugar, se presentan y se desarrollan las herramientas numéricas disponibles en Abaqus para la modelización de las espumas metálicas. Se describen detalladamente los dos modelos numéricos existentes en Abaqus con estos fines.

Una vez descritos los modelos numéricos, se procede a la calibración de dichos modelos a partir de resultados experimentales a los que se ha tenido acceso. Se proponen varias calibraciones para poder comparar los resultados obtenidos de cada una de ellas.

Por último, se realizan varias simulaciones numéricas de distintos procesos de carga. Se comparan resultados experimentales y numéricos para la validación de los dos modelos numéricos haciendo énfasis en:

- Comprobación de la eficacia de las calibraciones.
- Estudio y valoración de la capacidad de los modelos numéricos para ajustarse al comportamiento real de las espumas metálicas.

1 OBJETIVOS

El presente proyecto se ha centrado en el estudio de un tipo de material celular: las espumas metálicas.

En vista de la aún escasa información existente acerca de estos materiales, este trabajo pretende servir de referencia para futuras investigaciones orientadas al estudio numérico y experimental de los mismos.

El *objetivo general* del trabajo ha sido:

- Modelizar mediante elementos finitos el comportamiento mecánico de una espuma metálica de celda cerrada sometida a diferentes estados de carga.

Para concretar tal objetivo, ha sido necesario desarrollar una serie de actividades, conforme a los siguientes *objetivos específicos*:

- Obtención de información de los materiales celulares y, en concreto, de las espumas metálicas.
- Búsqueda de datos experimentales del comportamiento mecánico de las espumas en la literatura especializada.
- Estudio de los modelos de comportamiento mecánico para espumas metálicas incluidos en el código computacional Abaqus.
- Calibración de los modelos de comportamiento de espumas incluidos en Abaqus.
- Realización de simulaciones numéricas en Abaqus empleado los modelos allí implementados.
- Validación de los modelos utilizados.
- Análisis de los resultados obtenidos.
- Conclusión acerca del estudio realizado y recomendación de trabajos futuros.

2 INTRODUCCIÓN Y DESCRIPCIÓN

2.1 Sólidos celulares

La palabra “celda” tiene su raíz en el latín, *cella*: pequeño compartimiento, espacio cerrado. Estas celdas pueden agruparse dando lugar a lo que los romanos denominaban *cellarium* y nosotros, sólidos celulares. Se entiende por sólido celular una red o conjunto de celdas (o polígonos) con caras y/o ejes sólidos (según el tipo de sólido celular) unidas entre sí formando una estructura bidimensional o tridimensional (según el caso). Este tipo de materiales no es nuevo, está presente de manera muy amplia en la naturaleza. Entre los ejemplos más significativos destaca la madera, compuesta de celulosa, que etimológicamente procede del latín *cellula*: lleno de pequeñas celdas. Otros materiales celulares que aparecen constantemente en la naturaleza son el corcho, las esponjas o los corales (como se muestra en la Figura 2.1).



Figura 2.1. (a) Coral Porites de las costas de Cuba, (b) vista macroscópica de la estructura coralina y (c) micromorfología de dicha estructura.

Las buenas cualidades de estos materiales han quedado reflejadas en su amplio espectro de usos a lo largo de la historia. Ya los egipcios utilizaron hace al menos 5000 años máquinas realizadas con diferentes maderas para hacer sus pirámides. En el caso del corcho, ya se utilizaba en tiempos de la civilización romana para hacer los tapones de las vasijas de vino (Horacio, 27 a.C.).

Más recientemente, el hombre ha aprendido a fabricar sus propios sólidos celulares a medida. Como nivel básico de materiales celulares artificiales, encontramos los materiales en forma de panal de abeja, que están compuestos de celdas prismáticas bidimensionales en paralelo y que son ampliamente usados en componentes estructurales de bajo peso. Más cotidianas a la vez que más avanzadas, aunque más complejas geométricamente, son las espumas poliméricas usadas intensivamente con todo tipo de propósitos: desde fabricar tazas de café desechables hasta rellenar estructuras para la absorción de energía en caso de impacto. Las técnicas actuales para espumar materiales no se aplican únicamente a polímeros, sino que también se

contempla su aplicación en materiales metálicos, cerámicos y vítreos. Por supuesto, estos últimos son más actuales que los poliméricos y su uso se está extendiendo rápidamente en muchos ámbitos estructurales: asilamiento, acolchamiento y sistemas para la absorción de energía cinética en caso de impacto.

El incremento del uso de estos materiales en todo tipo de sectores y con una gran variedad de propósitos se debe a la exclusiva combinación de propiedades que se da en estos materiales celulares (que vienen dadas en última instancia por su estructura celular). Por otra parte, hay que decir que el rango de aplicaciones es tan grande como el desconocimiento de las estructuras y las propiedades (mecánicas, eléctricas,...) de estos sólidos celulares; por otro lado complejas y diversas debido a la propia diversidad y complejidad geométrica de la familia de los sólidos celulares.

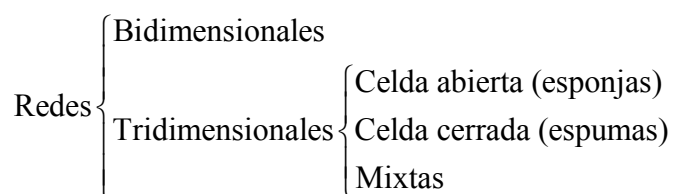
Económicamente hablando, dichos materiales tienen mucho más peso que los materiales compuestos de fibras, pero la literatura es mucho más extensa en este último caso. Si tenemos en cuenta la industria de la madera (que, como ya hemos dicho, es un sólido celular), la industria de los sólidos celulares es comparable a la del aluminio o el cristal, aunque está mucho menos desarrollada, documentada y estudiada que la de ningún otro tipo de material. De ahí, el interés de este proyecto en documentar y caracterizar alguno de los tipos más importantes de materiales celulares existentes.

2.1.1 Clasificación

Estrictamente hablando, un sólido celular está formado por una red interconectada de barras o láminas que forman los ejes o las caras (respectivamente) de las celdas. La clasificación de los sólidos celulares vendrá dada por la geometría de la celda.

Atendiendo a la repetición o **reproducción** de una geometría a lo largo del sólido celular, podremos hablar de materiales celulares homogéneos o de materiales celulares no homogéneos. Debido a la complejidad del proceso de obtención de la espuma, el control sobre el tamaño y forma de las celdas es limitado, lo que hace que la mayoría de los materiales celulares sean no homogéneos.

Si, por el contrario, tenemos en cuenta la **morfología** de la celda, nos encontraremos con tres grandes grupos:



- Sólidos celulares planos formados por una disposición de celdas bidimensionales (como se observa en la Figura 2.2). Estas celdas están abiertas por sus extremos (hacia las superficies del panel que forman), como las celdas hexagonales de los *panales de abejas*, de ahí su nombre. Este tipo de sólidos celulares son muy utilizados en el núcleo de estructuras tipo *sándwich*.

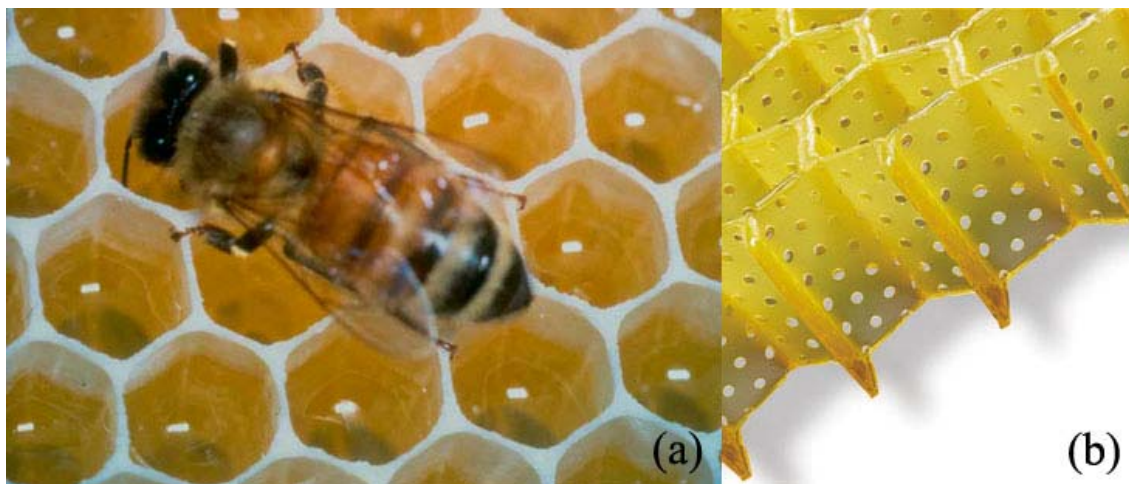


Figura 2.2. Sólidos celulares bidimensionales: (a) panal de abeja natural y (b) panal de abeja de factura humana.

- Sólidos celulares con una disposición tridimensional de celdas poliédricas agrupadas formando una estructura análoga a la de una *esponja*¹ o de una *espuma*², de ahí su nombre (existe cierta imprecisión en la mayoría de los textos especializados, ya que muchos no remarcan las diferencias entre los materiales a los que se refieren ambas denominaciones). Este tipo de sólido celular es mucho más habitual que el bidimensional.
 - Si, además, el material del que se compone sólo está presente en los ejes de las celdas (es decir, existe conexión entre celdas adyacentes), estaremos ante una *esponja* o *sólido celular tridimensional de celda abierta* (como la que se puede observar en la Figura 2.3 (a)).
 - Si, por el contrario, el material además de formar los ejes de las celdas, forma parte de las caras de dichas celdas (es decir, no hay conexión entre celdas adyacentes), se denominará *espuma* o *sólido tridimensional de celda cerrada* (un ejemplo de este tipo de espuma lo encontramos en la Figura 2.3 (b)).
 - Además, habrá *esponjas de celda parcialmente cerrada* (como muestran las Figura 2.3 (c), (d) y (e)) y *espumas de celda parcialmente abierta* (como muestran las Figura 2.3 (f), (g) y (h)).

¹ Esqueleto de ciertos espongiarios, formado por fibras córneas entrecruzadas en todas direcciones, y cuyo conjunto constituye una masa elástica llena de huecos y agujeros que, por capilaridad, absorbe fácilmente los líquidos [RAE].

² Conjunto de burbujas que se forman en la superficie de los líquidos, y se adhieren entre sí con más o menos consistencia [RAE].

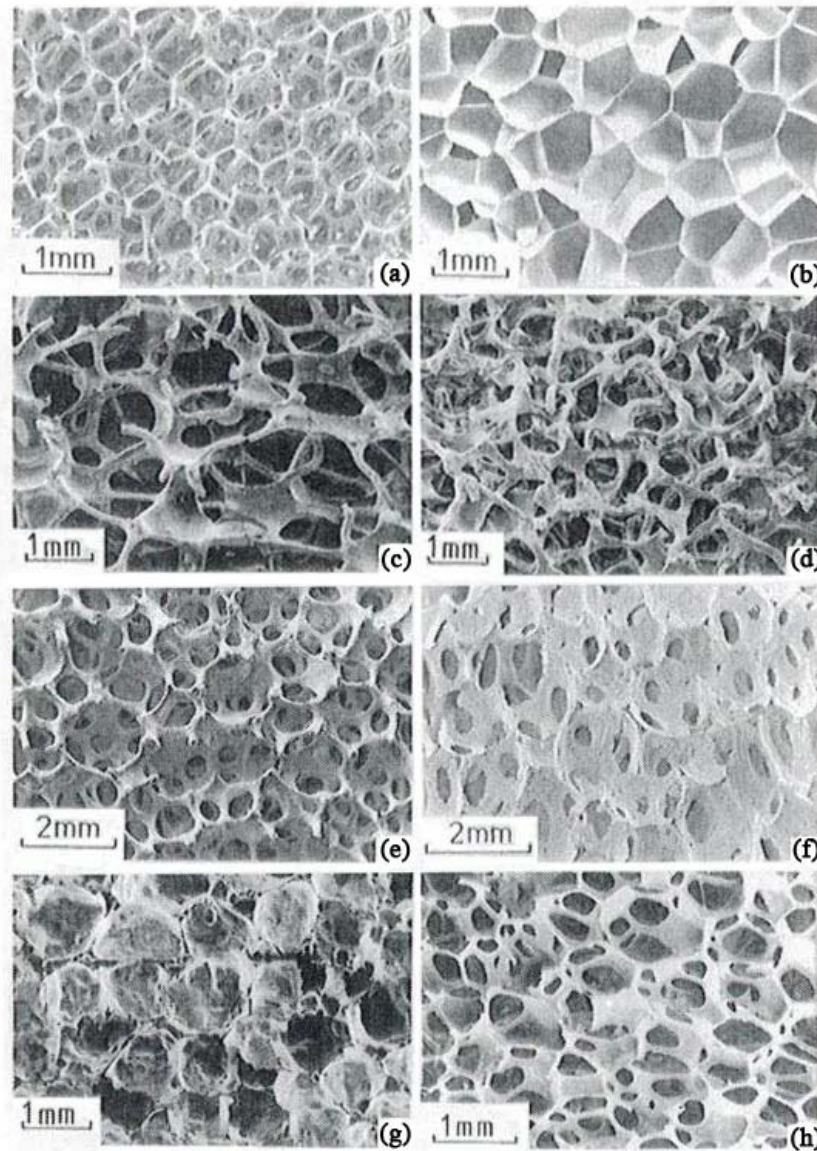


Figura 2.3. Sólidos tridimensionales celulares: (a) poliuretano de celda abierta; (b) polietileno de celda cerrada; (c) níquel, (d) cobre y (e) zirconio de celdas parcialmente cerradas y (f) mullite, (g) vidrio y (h) espuma de poliéster de celdas parcialmente abiertas [27].

La variable más importante a la hora de clasificar un sólido celular es la **densidad relativa**:

$$\text{Densidad relativa} = \frac{\rho}{\rho_s}$$

Ecuación 2.1. Densidad relativa.

Donde:

- ρ es la densidad del material celular.
- ρ_s es la densidad del material sólido (macizo) del que está hecho el material celular (de ahora en adelante, material precursor).

Esta variable hace referencia o nos da una idea de la cantidad de espacio vacío existente en la estructura celular, pero no da ningún tipo de información acerca de la geometría de dicha estructura celular. Cuanto mayor sea la densidad relativa del material, las paredes de las celdas serán más gruesas y los huecos, por el contrario, serán más reducidos.

La densidad relativa se puede hallar fácilmente a partir de la masa de una probeta del material celular en cuestión y conociendo lo que pesaría una probeta de las mismas dimensiones realizada del mismo material (macizo) [12].

La familia de los materiales celulares cubre un amplio rango de densidades relativas [8]:

- Materiales celulares especiales de muy baja densidad con densidades inferiores a 0,001.
- Las espumas poliméricas usadas habitualmente en amortiguamientos, acolchamientos y embalajes tienen una densidad relativa normalmente de entre 0,15 y 0,40.
- Las espumas metálicas suelen pertenecer al rango comprendido entre 0,1 y 0,7.

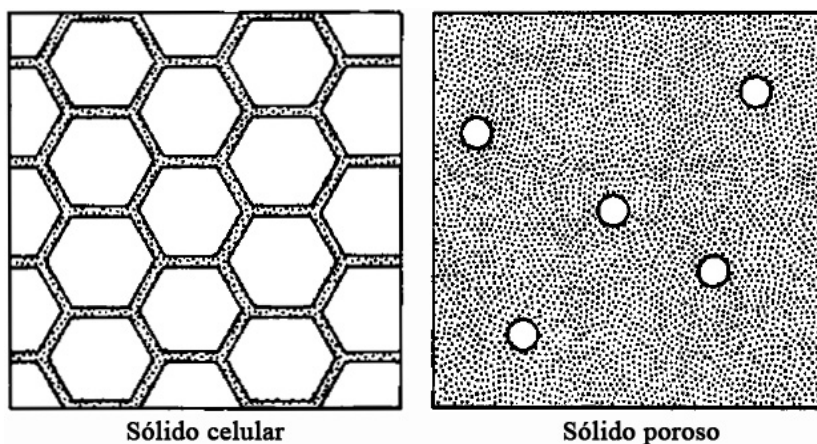


Figura 2.4. Representación esquemática de la diferencia entre un sólido celular y un sólido poroso (con huecos dispersos) [27].

Además, dentro de los materiales celulares no homogéneos aparecen importantes gradientes de densidad que afectarán de manera apreciable a las propiedades macroscópicas de dichos materiales [13].

Para materiales celulares poliméricos (la mayoría), en torno a una densidad relativa de 0,3 se puede decir que hay una zona transición entre las estructuras celulares propiamente dichas y los sólidos con poros aislados [8], como se puede apreciar en la Figura 2.4 y en la Figura 2.5. En el caso de materiales celulares metálicos o cerámicos, esta zona de transición se produce a una densidad relativa mucha más elevada (en torno a 0,8-0,9). También es cierto que, cuanto menor es el tamaño de poro o hueco, la densidad relativa a la que se produce la transición entre sólido celular y poroso aumenta. Esto es debido a fenómenos que se producen en los procesos de fabricación. El más importante es la tensión superficial (en procesos que impliquen en algún momento fase líquida).



Figura 2.5. Detalle de dos tipos de materiales con huecos: (a) sólido con poros aislados (queso) y (b) sólido celular (pan).

Atendiendo al tipo de **materiales** de los que se puede conseguir una espuma, podemos decir que la gran mayoría de ellos (los materiales) pueden ser empleados para fabricar materiales celulares. Por supuesto, los fabricados a base de polímeros son los más abundantes; pero también podemos encontrar materiales celulares metálicos, cerámicos, vítreos e incluso fabricados con materiales compuestos.

2.1.2 Forma, tamaño y topología de las celdas

Habrá que hacer una distinción entre celdas de sólidos celulares bidimensionales y tridimensionales.

En cuanto a las redes **bidimensionales**, en la Figura 2.6 se muestran las posibles formas que pueden adoptar las celdas unitarias que, agrupadas, forman materiales celulares planos (de dos dimensiones). Algunas de las formas, como las mostradas en las Figura 2.6 (a), (c) y (e) podrán dar lugar a una red de celdas isótropa, mientras que las tres restantes formarían únicamente redes anisótropas. También es posible que, para una única forma de celda, existan varias formas de conectarlas o unir las entre sí, dando lugar a redes celulares completamente distintas en cuanto a forma y propiedades (obsérvese la Figura 2.7). Los panales de abeja se suelen fabricar reproduciendo en las dos direcciones del plano las formas regulares que aparecen en la Figura 2.6.

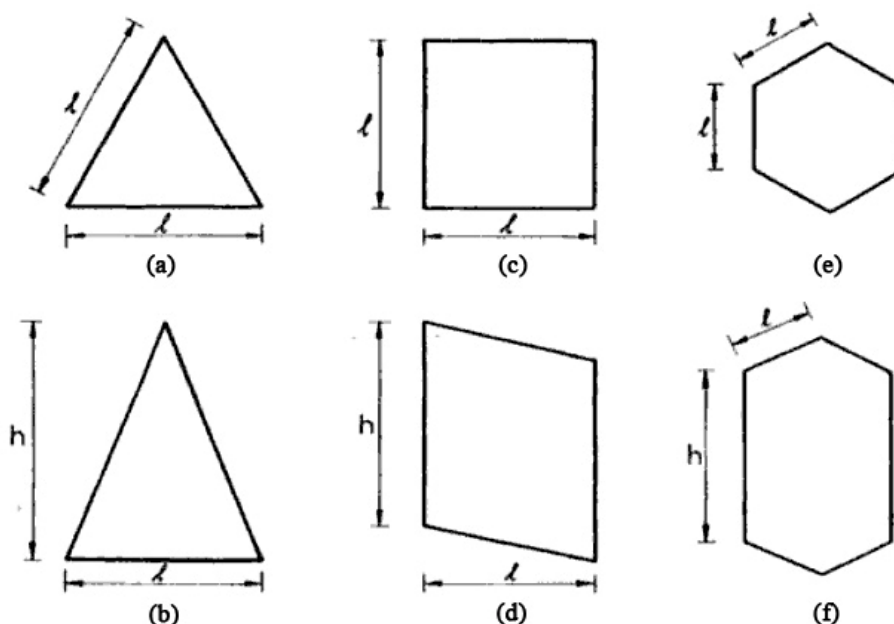


Figura 2.6. Principales formas de las celdas en sólidos celulares bidimensionales: (a) triángulo equilátero, (b) triángulo isósceles, (c) cuadrado, (d) paralelogramo, (e) hexágono regular y (f) hexágono irregular. Adviértase que cualquier triángulo, cuadrilátero o hexágono con al menos un eje de simetría podrá formar una red bidimensional sin dejar huecos [27].

En la mayoría de los panales manufacturados, en un vértice coinciden tres ejes; por tanto, en cada vértice coinciden tres celdas, que tendrán forma hexagonal (como se puede ver en las Figura 2.7 (e) y (f)). En otros casos, son cuatro los ejes que parten de cada vértice coincidiendo cuatro celdas tetragonales (como en la Figura 2.7 (c)) e incluso seis en el caso de celdas triangulares (como en la Figura 2.7 (a)).

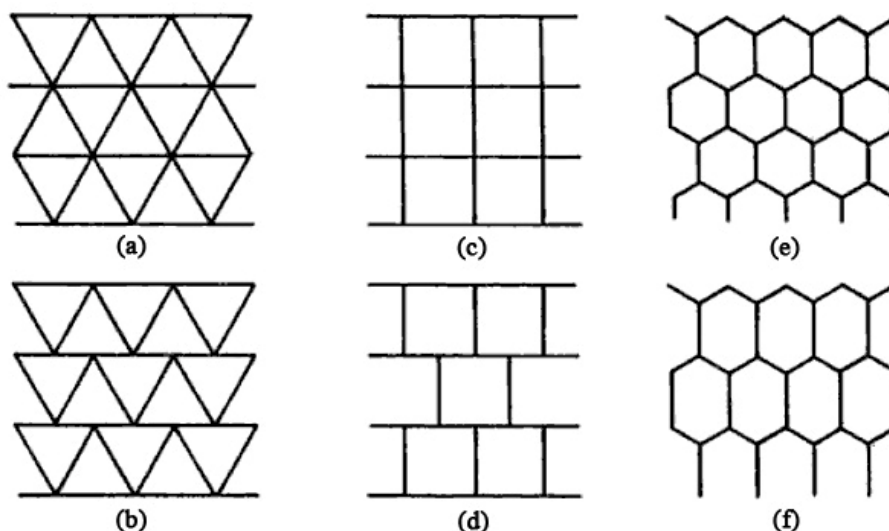


Figura 2.7. Principales formas de agrupamiento de las celdas formando sólidos celulares bidimensionales [27].

Las celdas bidimensionales de origen natural son menos regulares; como por ejemplo la espuma de jabón retenida entre dos cristales paralelos (véase la Figura 2.8) o la estructura celular de la retina. También los panales que hacen las abejas poseen un cierto grado de variación en cuanto a dimensión y a forma de sus celdas [27], traduciéndose en que en un vértice pueden coincidir cuatro, cinco, siete o incluso ocho

celdas. Pero, en general, hasta en los casos de mayor variación de forma y tamaño de las celdas, esta variación obedece a ciertas leyes o criterios de repetición.

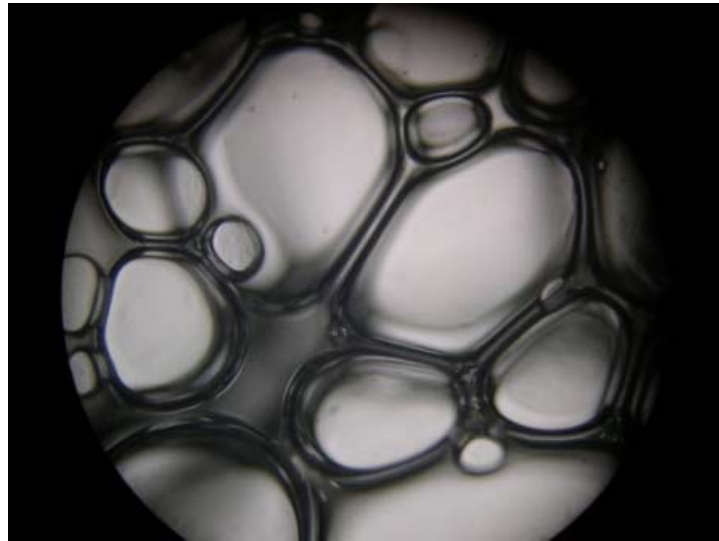


Figura 2.8. Espuma de jabón retenida entre dos cristales paralelos.

En el caso de materiales celulares con estructura **tridimensional**, existe una mayor diversidad de formas de celda. La Figura 2.9 muestra algunas de las diferentes formas poliédricas con capacidad para agruparse (entre poliedros semejantes) y formar sólidos celulares.

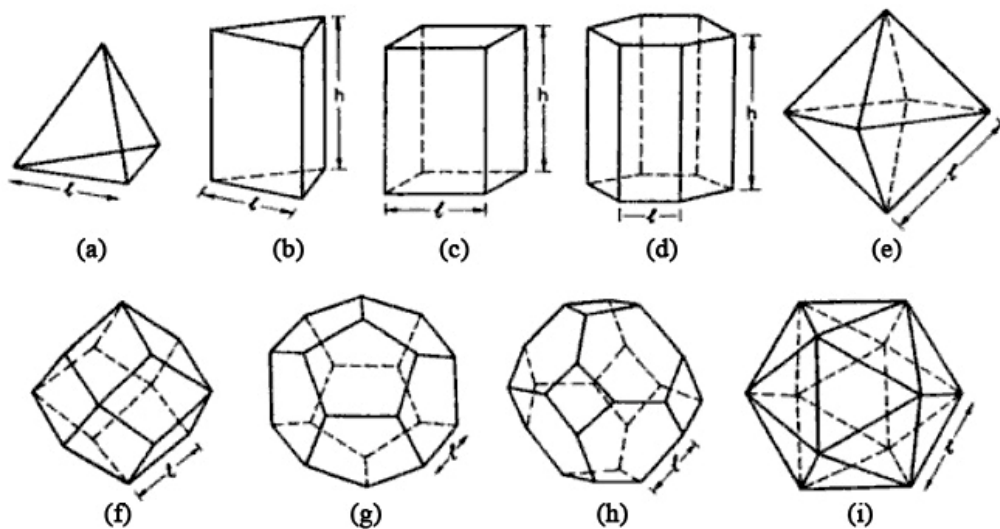


Figura 2.9. Principales formas de las celdas en sólidos celulares tridimensionales: (a) tetraedro, (b) prisma triangular, (c) prisma rectangular, (d) prisma hexagonal, (e) octaedro, (f) dodecaedro rómbico, (g) dodecaedro pentagonal, (h) tetracaidecaedro y (i) icosaedro [27].

Al agruparse, estos poliedros generan cuerpos tridimensionales, como se muestra en la Figura 2.10. La forma sugerida en que se agrupan es teórica, ya que las formas reales se encuentran distorsionadas, salvo en el caso de los prismas triangulares y hexagonales. Tanto si se habla de sólidos celulares bidimensionales como de sólidos celulares tridimensionales, pueden definirse dos tipos de conectividades: conectividad de vértices (lo que ya se ha citado al hablar de sólidos celulares bidimensionales) y conectividad de caras. Esta última hace referencia al número de caras que concurren a un vértice. Estas

conectividades, junto con otros parámetros como número de bordes promedio por cara y número de caras promedio por celda, se utilizan para el cálculo de la densidad relativa de los sólidos celulares.

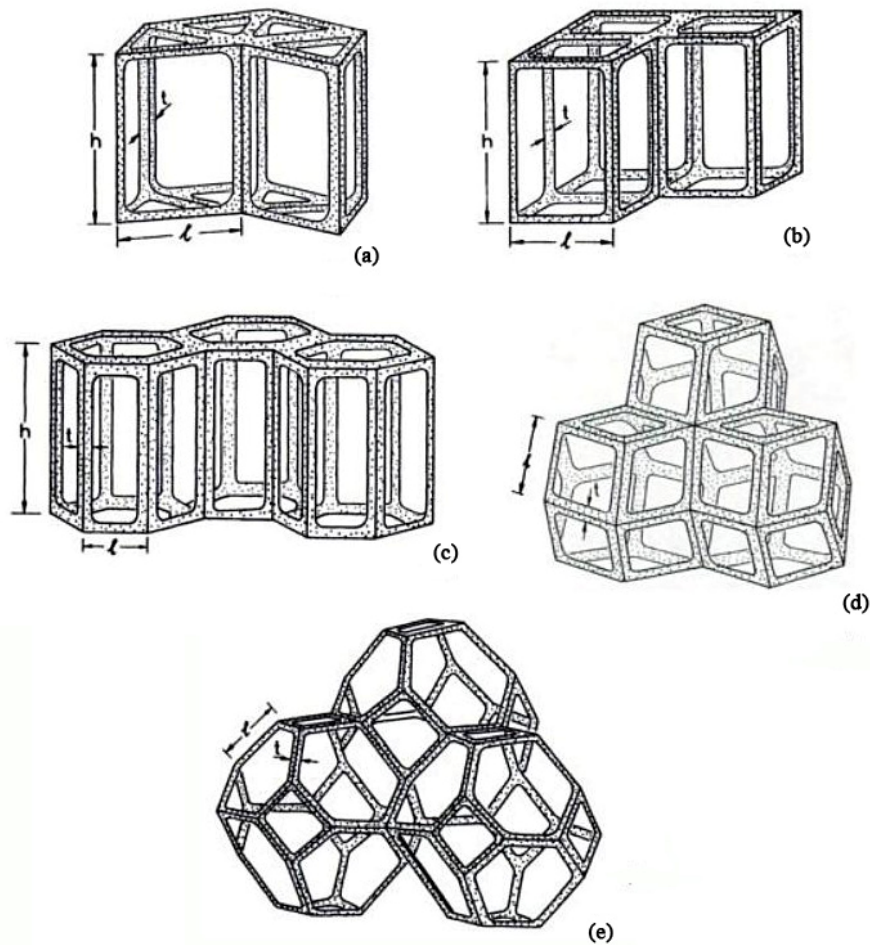


Figura 2.10. Algunas formas de agrupamiento de las celdas: (a), (b) y (c) formando sólidos celulares bidimensionales y (d) y (e) formando sólidos celulares tridimensionales [27].

Las conectividades, formas y tamaños de las celdas son muy variables. Por ejemplo, sólidos celulares como la madera de balsa o el corcho son muy regulares y de celda cerrada; en cambio, otros como las esponjas o huesos (como se observa en la Figura 2.11) están formados por una red abierta con conectividades variables entre tres y seis.

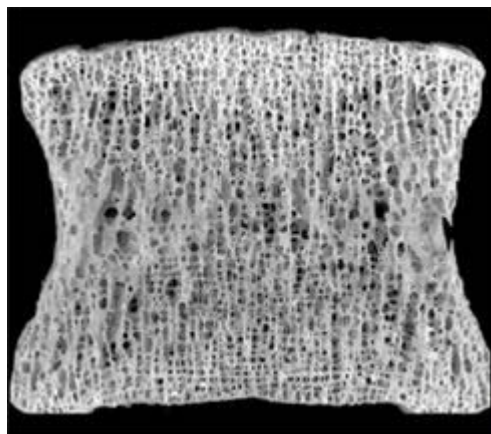


Figura 2.11. Detalle de una estructura ósea [67].

La distribución de tamaños de celda en algunas espumas es aleatoria. En un mismo cuerpo, pueden encontrarse celdas de muy diverso tamaño.

Además, las propiedades de un sólido celular dependen en gran parte de su densidad relativa, es el parámetro principal de cualquier sólido celular. Además, este parámetro puede calcularse fácilmente y es de mucha utilidad a la hora de calcular propiedades (mecánicas, térmicas, etc.) de espumas o panales de abeja. Sin embargo, existen modelos para el cálculo de dichas propiedades donde sólo intervienen las propiedades térmicas, mecánicas,... del material que compone el sólido celular así como la geometría del mismo. Estos modelos no son muy utilizados en la práctica debido a que intervienen los mencionados parámetros microscópicos que son difíciles de cuantificar. En cambio, la densidad relativa puede calcularse fácilmente mediante mediciones experimentales. La caracterización de un sólido celular queda completamente definida por medio de los siguientes parámetros: material que forma el sólido, densidad relativa, tipo de celda (abierta o cerrada), conectividad de bordes, conectividad de caras¹, número de bordes promedio por cara, número de caras promedio por celda¹, forma de la celda, simetría de la estructura, espesor de los bordes, espesor de las caras¹, fracción de material en los bordes de las celdas¹, mayor dimensión principal de celda, menor dimensión principal de celda, dimensión principal de celda, radios de anisotropía, desviación estándar del tamaño de las celdas más otras características específicas.

2.1.3 Procesos de fabricación

Existe una gran variedad de técnicas disponibles para cada tipo de sólido celular y para cada tipo de material, por lo que desglosaremos los procesos de fabricación según el tipo de sólido celular atendiendo a su morfología y al material del que está fabricado.

2.1.3.1 Sólidos celulares bidimensionales

Esta familia de estructuras celulares (genéricamente denominadas panales de abeja), como la mostrada en la Figura 2.2) puede ser fabricada según, al menos, cuatro procedimientos:

- El más obvio es darle forma de hexágono o medio hexágono a varias láminas de material y pegarlas unas con otras.
- El más común consiste en aplicar tiras de pegamento (paralelas entre sí, en dirección perpendicular al plano del sólido bidimensional y espaciadas estratégicamente) sobre láminas de material planas. A continuación, se apilan las láminas para que el adhesivo una láminas entre sí y, por último, se traccionan los extremos del apilamiento para darle la forma de panal de abeja. Los panales a base de papel bañados en resina están hechos así: al papel se le aplica el pegamento, se le da la forma de panal y, para finalizar, la estructura es bañada en resina para proteger el papel y hacerlo rígido. En el caso de materiales rígidos pero maleables como el aluminio, el procedimiento es algo distinto: las planchas de aluminio son moldeadas mediante prensas para darles

¹ Aplicable sólo a sólidos tridimensionales.

el perfil requerido (análogamente al caso en el que se fabrican cubiertas metálicas onduladas para la construcción) para luego pegarlas sucesivamente.

- También podemos encontrar casos en que los panales de abeja se obtengan por moldeado. Los panales hechos de silicona como los mostrados en la Figura 2.2 (b) están hechos a partir de moldes.
- Cada vez más frecuente es la utilización de la extrusión. Los panales de material cerámico empleados como estructura-soporte en los catalizadores de los automóviles están hechos mediante este método (véase la Figura 2.12).

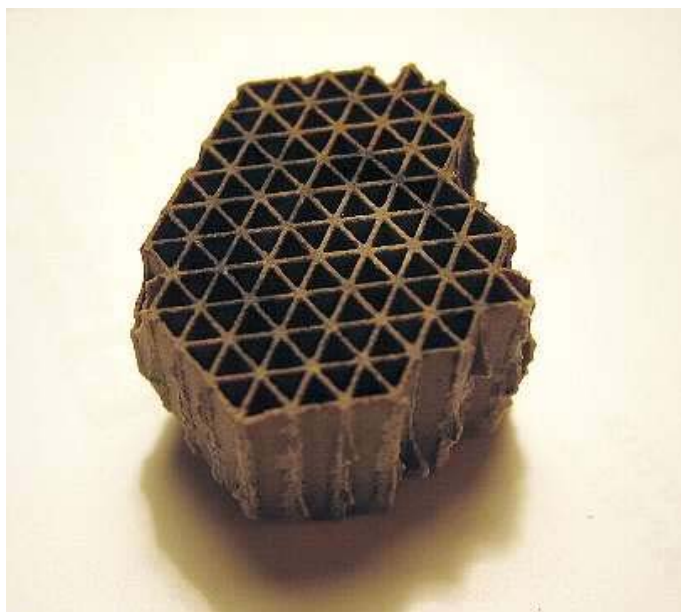


Figura 2.12. Estructura interna del catalizador de la línea de escape de un motor de combustión interna.

2.1.3.2 Sólidos celulares tridimensionales

El número de procesos de fabricación de este tipo de sólidos celulares es mayor que en el caso de los sólidos celulares bidimensionales, ya que la diversidad de geometrías es mucho mayor en el caso de los sólidos celulares tridimensionales.

Según el tipo de material que se pretenda espumar y las propiedades geométricas y mecánicas que se quieran obtener, son muchas y muy variadas las técnicas utilizadas actualmente. En este apartado, nos centraremos en los procesos de fabricación de los sólidos celulares tridimensionales de celda cerrada (espumas); aunque, en muchos casos, estos mismos procesos podrán generar sólidos celulares tridimensionales de celda abierta (esponjas). El proceso por el que las caras de las celdas cerradas se rompen para dar lugar a esponjas (sólidos celulares tridimensionales de celda abierta) se denomina *reticulación*. La geometría final dependerá de la reología¹ del proceso y de la tensión superficial de los fluidos que intervienen en el proceso.

En cuanto a dicha reología¹ del proceso, es usual que el espesor (o espesor relativo al tamaño de celda) de las paredes y ejes de celda sea mayor cuanto mayor es la viscosidad del material en estado fluido y menos sea el tamaño de celda.

¹ Estudio de los principios físicos que regulan el movimiento de los fluidos.

2.1.3.2.1 Poliméricos

Las bajas temperaturas de fusión de los polímeros (termoplásticos) y el estado líquido de los monómeros a temperatura ambiente ofrecen una facilidad inigualable por el resto de materiales para fabricar sólidos celulares. Las técnicas principales son:

- Los polímeros habitualmente se espuman introduciendo burbujas de gas en el monómero líquido o en el polímero termoplástico caliente, permitiendo a las burbujas que crezcan y se estabilicen. Posteriormente, se procede a la solidificación del material mediante curado o enfriamiento (según se trate de un monómero líquido o un polímero termoplástico calentado respectivamente) [29]. El gas es introducido en el material mediante **agitación mecánica** o añadiendo al polímero algún **gas con efecto soplante (o espumante) de origen físico** como nitrógeno (N_2) o dióxido de carbono (CO_2). Estos agentes son gases inertes tales como dióxido de carbono o nitrógeno que son introducidos en solución con el polímero caliente a alta presión y posteriormente, al reducir la presión, deja de estar en solución formando burbujas.
- Alternativamente al método anterior, se pueden mezclar **agentes soplantes líquidos con bajo punto de ebullición** tales como clorofluorocarbonos (CFCs) o cloruro de metileno (CH_2Cl_2) con el polímero para que, al aplicarle calor a la mezcla, dicho líquido se volatilice y forme burbujas.
- Las espumas microcelulares con tamaño de celda del orden de 10 micras se pueden fabricar mediante **saturación**: se somete al polímero junto con el gas inerte a alta presión mientras la temperatura se mantiene a nivel ambiente y, posteriormente, se reduce la presión a la vez que se calienta el polímero supersaturado hasta su temperatura de transición vítrea¹. Ello permite la formación y crecimiento de burbujas de ese gas.
- La producción de burbujas también se puede conseguir mediante el uso de **agentes con efecto espumante de origen químico**. Estos aditivos se descomponen al aplicar calor o se combinan para que reaccionen liberando así de una u otra forma gas que creará los poros o celdas.
- Finalmente, se pueden conseguir a partir de polímeros espumas microcelulares de muy baja densidad y aerogeles² con densidades relativas menores de 0,002 y tamaños de celda inferiores a 0,1 micras mediante varios métodos de **separación de fase**: uno de ellos es precipitar el polímero como un gel de baja densidad en un fluido y eliminar dicho fluido por evaporación [29].

2.1.3.2.2 Metálicos

Puesto que el tema principal de este trabajo son las espumas metálicas, nos detendremos un poco más en la producción de este tipo de sólidos celulares.

La obtención de las **espumas metálicas**, observando la Figura 2.13, puede seguir varios caminos a partir del metal en estado líquido (más habituales) o sólido [59]. Los procesos

¹ Temperatura a la que el polímero pasa de ser sólido rígido a sólido blando o fluido, viscoso.

² Sustancia coloidal similar al gel en el que el componente líquido es sustituido por un gas, obteniendo como resultado un sólido de muy baja densidad (unos 3 Kg/m^3) y altamente poroso, con ciertas propiedades muy sorprendentes, como su enorme capacidad como aislante térmico.

en estado líquido se realizan con una viscosidad controlada del líquido, para así poder definir el tamaño medio de poro deseado.

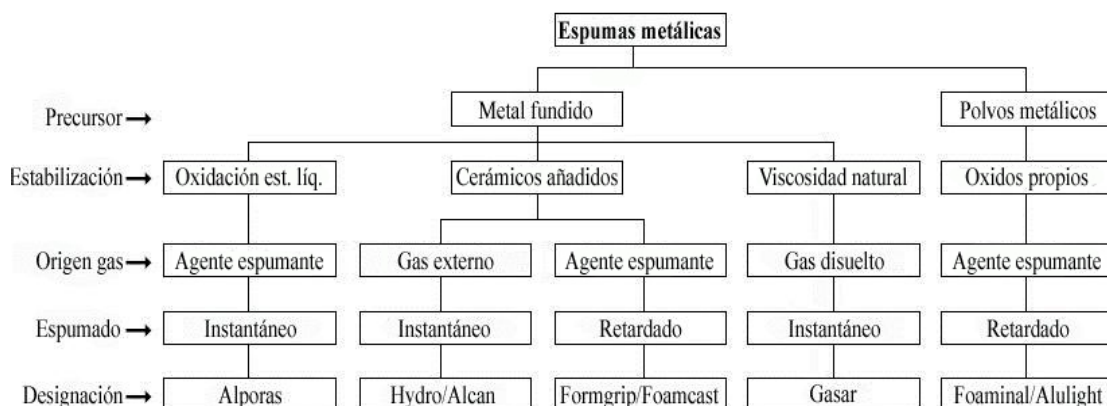


Figura 2.13. Procesos de fabricación de espumas metálicas [9].

La mayoría de los métodos de obtención parten del metal en estado, excepto el método pulvimetalúrgico. El **gran problema** al que se enfrentan los procesos a partir del metal en estado líquido es la tendencia de las burbujas de aumentar su tamaño (debido a coalescencia de burbujas) y ascender a la superficie del metal fundido debido a la gran densidad dicho líquido (metal en estado líquido) en el que están inmersas, dando lugar a grandes e indeseables gradientes de densidad relativa en la dirección de la actuación de la gravedad.

Dentro de los procesos en estado líquido, también existen grandes diferencias (que darán lugar a espumas diferentes a simple vista): el método de estabilización (control de la viscosidad del líquido), el origen del gas (que dará lugar a las burbujas de la espuma) y momento del espumado son algunos puntos en los que difieren las diferentes técnicas.

- **Hydro/Alcan:** espumado de líquidos por inyección de gas (*melt gas injection*). Se usa ampliamente para el aluminio y sus aleaciones. Se añaden partículas de carburo de silicio (SiC), óxido de aluminio (Al_2O_3) u óxido de magnesio (MgO) (con tamaños de partícula entre 5 μm y 20 μm y una concentración en volumen entre 10% y 20%) para aumentar la viscosidad del metal o aleación (la mayoría de los materiales a tratar son aleaciones) en estado líquido, formando al solidificarse un MMC¹. Esta adición de partículas ha de controlarse minuciosamente para obtener una concentración lo más homogénea y exacta posible, ya que de la viscosidad depende directamente la morfología de la espuma resultante. Posteriormente, se inyecta un gas (aire, nitrógeno o argón) a la vez que el metal fundido es agitado mediante hélices o por vibración de modo que genere burbujas muy finas y homogéneas de gas en el seno del líquido (por tanto, será un **agente soplante de origen físico**). La aglomeración de burbujas que se obtiene (sigue siendo una espuma líquida, pero suficientemente viscosa como para mantener esa estructura cavernosa) flota sobre el metal fundido y va solidificándose a medida que se van extrayendo las capas superiores de espuma líquida mediante una cinta transportadora, como explica en la Figura 2.14. La espuma resultante tiene, en principio, la longitud que se desee, la anchura del

¹ Material compuesto de matriz metálica (en este caso, aluminio) con refuerzo de partículas (en este caso, cerámicas (SiC) u óxidos metálicos (Al_2O_3 ó MgO)).

recipiente del aluminio fundido y un grosor normalmente cercano a 10 cm. La densidad del material (no densidad relativa) obtenido oscila entre 540 Kg/m^3 y 690 Kg/m^3 , el tamaño medio de poro posible con este método está entre 3 mm y 25 mm y el espesor de pared entre $50 \mu\text{m}$ y $85 \mu\text{m}$. Se sabe que el tamaño medio de celda es inversamente proporcional al espesor de pared, pero es posible modificar esta relación mediante varios parámetros: flujo de gas, velocidad del removido o frecuencia de vibración.

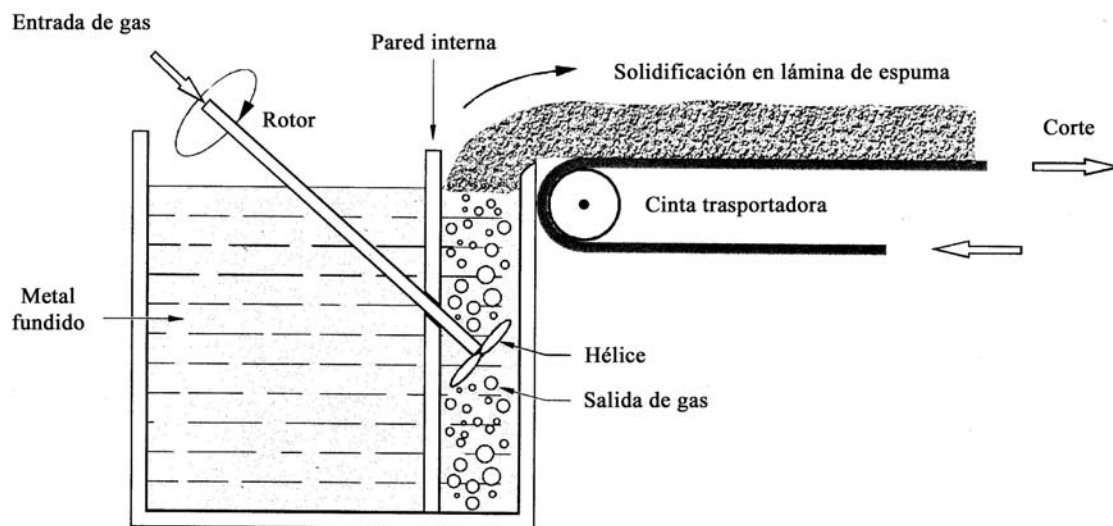


Figura 2.14. Esquema del método de espumado por inyección de gas [9].

Las ventajas son su **bajo coste de producción** respecto a otros métodos y la posibilidad de producción en modo semicontinuo de un gran volumen de espuma metálica.

Las desventajas obvias de este método son las relacionadas con la separación de la espuma metálica por su diferencia de densidad, que podrá dar lugar a importantes gradientes de densidad, notables variaciones de tamaño de poro, etc. en el seno del bloque de espuma obtenido [13]. También es posible que aparezcan **distorsiones en la estructura porosa** debido a los esfuerzos cortantes que induce la cinta transportadora sobre el bloque en su extracción, por lo que, en estos casos, se recurre a una extracción en vertical. Debido al alto contenido en partículas cerámicas, puede darse una **fragilización del material** y también pueden aparecer problemas a la hora de mecanizar estos materiales (que, por otra parte, dejará sobre la superficie celdas abiertas, con el consiguiente debilitamiento de dicha superficie). Estos últimos problemas pueden eliminarse haciendo un espumado a partir de metal fundido sin aditivos (sin esas partículas de las que hablábamos antes), por lo que hay que controlar la viscosidad mediante otros métodos, como mantener el metal fundido a una temperatura muy cercana a la temperatura de fusión.

- Alporas: espumado de líquidos con agentes soplantes de origen químico (*gas-releasing particle decomposition in the melt*). En vez de inyectar gas mediante algún método físico; en este segundo método de espumar líquidos se añade un **agente soplante de origen químico** que se descompone con el calor y libera gas, propiciando el espumado. Primeramente, como muestra la Figura 2.15, se

agrega entre un 1% y un 2% en peso de calcio al aluminio fundido a aproximadamente 680°C y se remueve la mezcla durante varios minutos, facilitando la formación de óxido de aluminio (CaO), dialuminato de calcio (CaAl_2O_4) o incluso aluminuro de calcio (Al_4Ca) con el fin de aumentar la viscosidad del metal fundido hasta el valor deseado (además de aumentar el volumen del metal fundido, de ahí que esta fase se denomine engrosamiento) y, posteriormente, se añade aproximadamente un 1.6% en peso de hidruro de titanio (TiH_2) como agente soplante que libera hidrógeno en el líquido viscoso, espumándolo y rellenando el recipiente de espumado (dicho espumado tiene lugar a presión constante). Después de enfriar el recipiente a una temperatura inferior a la de fusión de la aleación, ese líquido espumoso ya se ha convertido en una espuma metálica lista para extraerla de dicho recipiente para posteriores procesos como el mecanizado. El proceso completo puede durar aproximadamente unos 15 minutos para un bloque de espuma de $2050\text{ mm} \times 650\text{ mm} \times 450\text{ mm}$. Las espumas resultantes poseen una densidad (no densidad relativa) que oscila entre 180 Kg/m^3 y 240 Kg/m^3 y un tamaño medio de poro entre 2 mm y 10 mm .

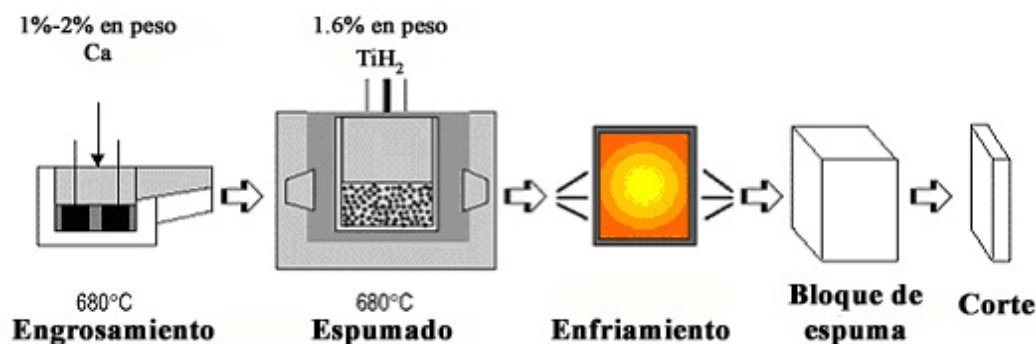


Figura 2.15. Método de espumado mediante la adición de agentes espumantes de origen químico (agentes soplantes) [9].

La principal ventaja es que se trata del método con el que se obtiene una **espuma más homogénea**, como se puede apreciar en la Figura 2.16.

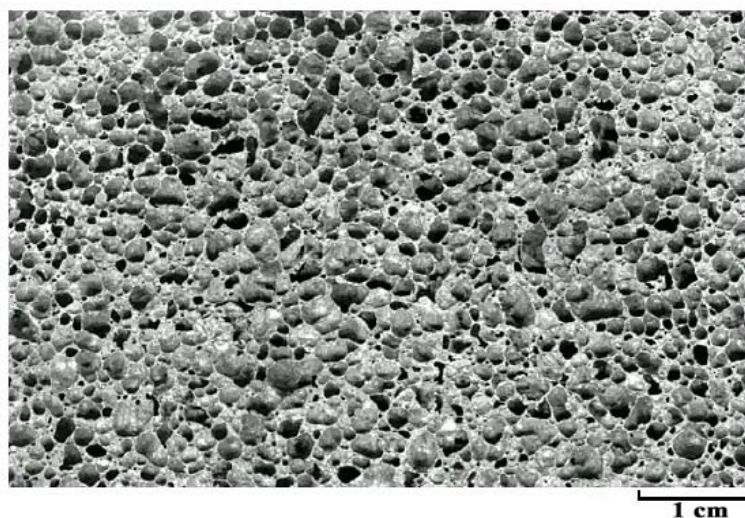


Figura 2.16. Estructura de poros de una espuma metálica “Alporas” [9].

Las desventajas tienen que ver con el ajuste fino y homogéneo (por todo el material) de los parámetros de la aleación es estado líquido (viscosidad principalmente) para controlar el tamaño medio de poro, que obligan al uso de complicados ciclos de temperatura y sistemas de agitación mecánica.

Los gases que se generan para espumar el metal son distintos (dependen únicamente del agente soplante). Por citar algunos ejemplos (que aparecen en la Figura 2.17): en la fabricación de espumas de aluminio, se suele liberar H_2 ; mientras que para la fabricación del pan se libera CO_2 .

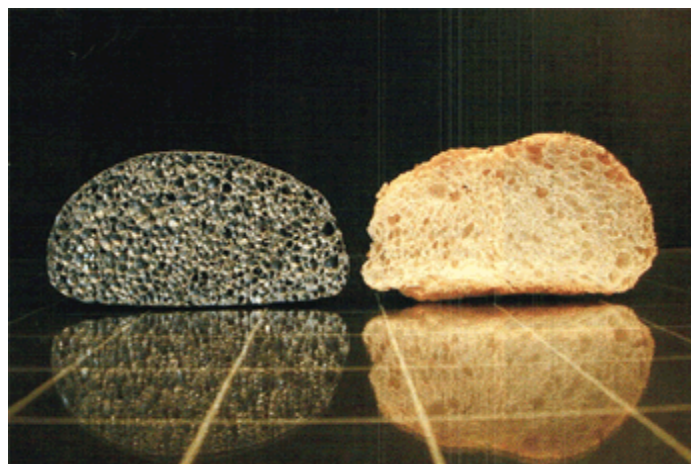


Figura 2.17. Sección de dos espumas diferentes (espuma de zinc y pan), también con gases liberados distintos para generar las citadas espumas (H_2 en el caso del aluminio y CO_2 en el del pan) [10].

- Foaminal/Alulight: espumado de compactados a base de polvos (*powder compact melting technique*). Mediante procesos pulvimetalúrgicos, el polvo de metal (metal o aleación elemental con polvos de alguna sustancia que actúe como agente aglutinante, ya que aumentan la resistencia del compactado crudo o pieza en verde¹) se puede mezclar homogéneamente con polvos de un material espumante (**agente espumante de origen químico**): hidruro de titanio (TiH_2) o de zirconio (ZrH_2) (observar la Figura 2.18). Posteriormente, se compacta (usando cualquier técnica de compactado típica de los procesos pulvimetalúrgicos) con el fin de obtener un producto denso semiacabado y, para terminar, se calienta hasta una temperatura cercana a la del punto de fusión de dicho metal para que el hidrógeno liberado procedente de los hidruros forme las cavidades típicas de la espuma. El material precursor se irá expandiendo progresivamente sin una forma definida a no ser que introduzcamos el precursor en un molde con la forma deseada, formando en ese caso una espuma con la forma del molde.

¹ Es el resultado de la compresión (mediante prensas mecánicas o hidráulicas) en una matriz del polvo desligado confiriéndole una forma cercana a la de la pieza final.

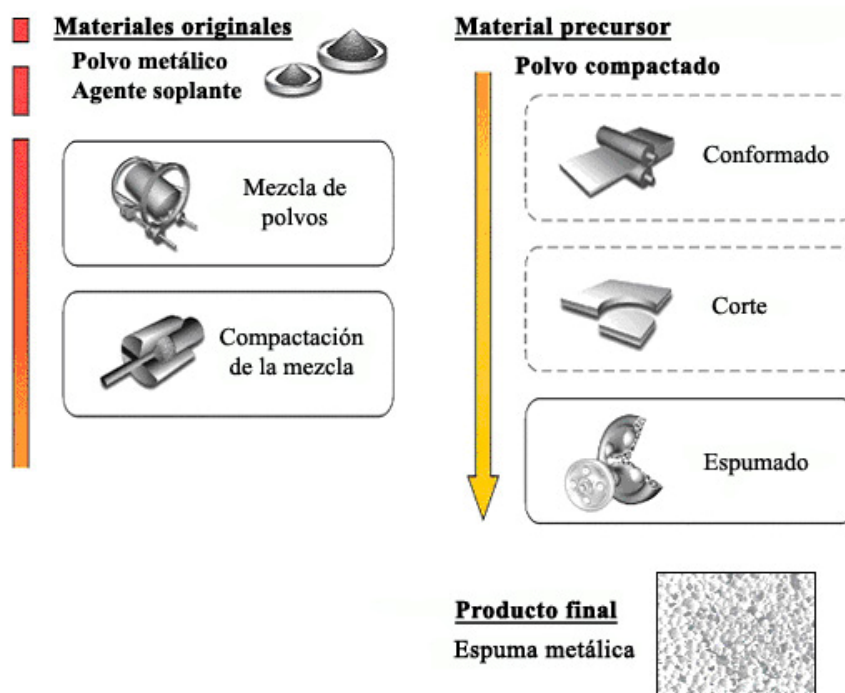


Figura 2.18. Croquis del proceso de fabricación de espumas metálicas mediante pulvimetalurgia [9].

Es muy importante que la porosidad residual abierta (pequeñas cavidades interconectadas) en el precursor sea muy baja, ya que este tipo de porosidad provoca peores resultados en el proceso de espumado (ya que parte del gas liberado de los hidruros se escapa por dichas porosidades). El tiempo necesario para el proceso de espumado depende de varios factores como el tamaño del precursor y la temperatura del proceso, pudiendo variar de unos segundos a varios minutos. Esta técnica no sirve sólo para el aluminio; otros metales y aleaciones como estaño, zinc, plomo, latón y oro también pueden ser espumados mediante esta técnica. Mediante este procedimiento se pueden fabricar paneles sándwich (pieles metálicas con núcleo de espuma metálica) de una sola pieza (sin necesidad de recurrir a pegar las pieles al núcleo) como los mostrados en la Figura 2.19: se fabrica una placa precursora con polvos de espuma metálica en el centro y polvos de metal o aleación sobre las dos superficies (este precursor puede ser sometido a un conformado por deformación). Posteriormente, se calienta para espumar.

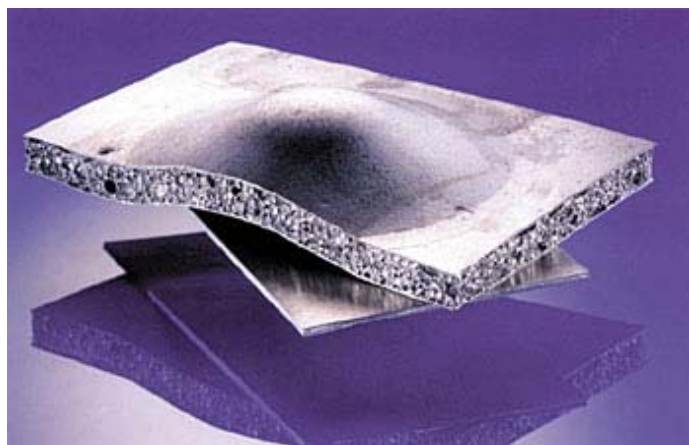


Figura 2.19. Panel sándwich de aluminio con núcleo de espuma realizado mediante procesos pulvimetalúrgicos (encima) y precursor (debajo) [35].

Las ventajas son abundantes. Entre ellas, destacan las asociadas a la manejabilidad que confiere el libre manejo del material precursor (transporte, almacenamiento, posibilidad de conformado por deformación, ...) e incluso permite rellenar de espuma metálica complicadas cavidades (que de ninguna otra forma podrían ser rellenadas) introduciendo este material precursor en la cavidad deseada para, posteriormente, espumarlo obteniendo la forma de la espuma adaptada a la forma de la cavidad (como se puede observar en la Figura 2.30).

La desventaja principal es que suele ser más caro y para producciones menos elevadas que otros procedimientos.

- Gasar: solidificación eutéctica sólido-gas (*solid-gas eutectic solidification*). Esta técnica es utilizable en aquellos metales que, en estado líquido, formen un sistema eutéctico con el hidrógeno gaseoso (H_2). En dicha **transformación eutéctica**, se funde y se remueve el metal deseado en una atmósfera rica en hidrógeno a presiones superiores a 50 atm (con el fin de que éste último se disuelva) hasta llegar a una proporción cercana a la del eutéctico para que luego la solución líquida sea enfriada a través del punto eutéctico (en la Figura 2.20 se muestra un diagrama de fase con punto eutéctico) y el hidrógeno se separe y quede atrapado en el metal formando burbujas.

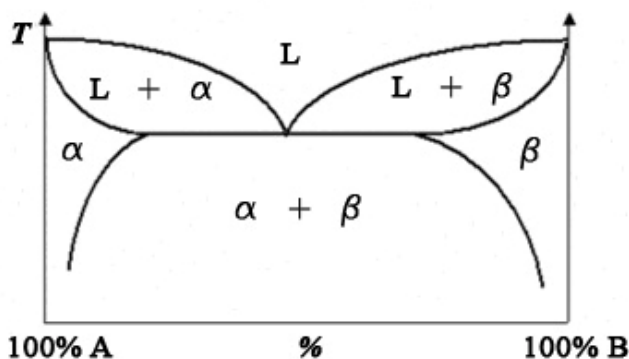


Figura 2.20. Diagrama de fases típico con punto eutéctico.

La morfología (tamaño, forma,...) de los poros resultantes pueden variar mucho en función del contenido en hidrógeno y la presión del metal fundido, de la

dirección en intensidad del removido y de la composición del propio metal. Los poros suelen ser alargados en dirección del avance de la solidificación (véase la Figura 2.21). El diámetro de los poros puede variar entre 10 μm y 10 mm, con unas longitudes de poro entre 100 μm y 300 mm y una porosidad entre 5% y 75%. En una misma espuma metálica, el diámetro de los poros es muy desigual debido a coalescencia de poros pequeños para formar uno mayor.

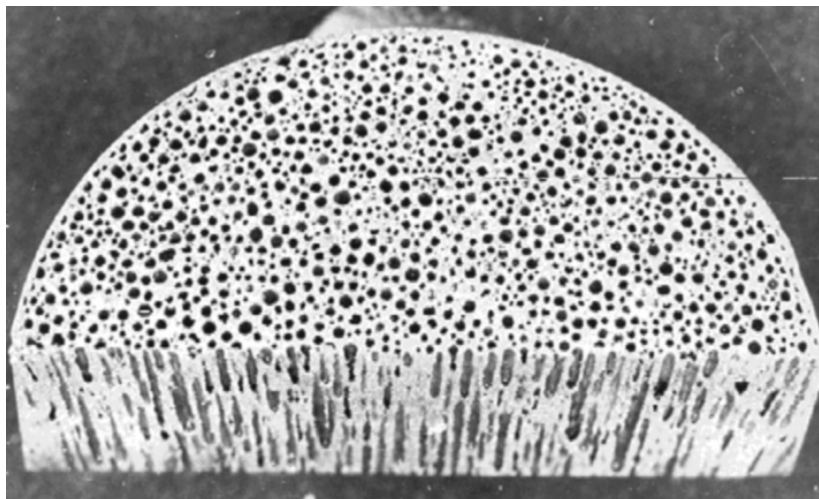


Figura 2.21. Sección de espuma metálica ‘Gasar’ con poros muy alargados [9].

Las ventajas pueden ser su amplio espectro de tamaño medio de poros posible.

Las desventajas son evidentes en cuanto a la variabilidad en la morfología de los poros, que no dan lugar a un material microscópicamente isótropo.

Las **esponjas metálicas** suelen obtenerse a partir de algún molde:

- Utilizar **moldes desechables** para la obtención de las burbujas también es posible. Se vierte el metal fundido sobre una red de bolas carbón o de sal. A continuación, hay que eliminar dichos moldes. En el caso del carbón, éste se quema y, en el caso de la sal, ha de disolverse para su eliminación.
- Otra alternativa de fabricación utilizando algún tipo de preforma es verter el metal (en polvo) sobre espumas poliméricas de celda abierta adhiriéndolo mediante **deposición** electrolítica, deposición electroquímica o deposición química por vapor.

Todos estos procesos han sido ya ampliamente documentados en los últimos años [8, 10, 11, 26 y 59].

2.1.3.2.3 Cristalinos

En uno de los procesos más remarcables, un único cristal de silicio puede hacerse poroso por **anodizado**: la pastilla de silicio se introduce en una disolución de ácido hidrofúrico, etanol y agua y se le somete a una corriente durante un corto período de tiempo [8]. El proceso de anodizado proporciona una red de celdas con un tamaño de

celda de 10 nm y una densidad relativa en torno a 100 Kg/m³; además, el material se sigue manteniendo como un solo cristal.

Las espumas cristalinas siguen en general los mismos procesos de fabricación que las espumas poliméricas; principalmente, se usan **agentes espumantes** (a menudo H₂S). Las espumas de carbono se pueden hacer **grafitizando** espumas poliméricas en una atmósfera cuidadosamente controlada. Las espumas cerámicas se obtienen infiltrando en una espuma polimérica una fina suspensión de material cerámico en agua o algún otro fluido; cuando, a continuación, se quema el conjunto, la suspensión ha adoptado la forma de la espuma original que, por supuesto, se ha consumido. Las espumas cerámicas también se pueden conseguir por deposición con vapor químico sobre un sustrato reticulado de carbón poroso. Las espumas de cemento se pueden obtener mezclando una suspensión de cemento con una espuma acuosa previamente obtenida mezclando aire comprimido con una solución acuosa o agentes espumantes adecuados.

Otra vía para obtener sólidos celulares es **acoplar o agrupar esferas o gránulos previamente fabricados**. El poliestireno (PS) se moldea generalmente de esta manera. Las espumas de metal o cristal se pueden hacer aglomerando esferas huecas de material. Las espumas *syntactic* son resultado de la mezcla de esferas huecas, normalmente hechas de cristal, con un ligante como la resina epoxy. Y las fibras pueden ser agrupadas para dar materiales de baja densidad (como el fieltro) que tienen mucho en común con otros tipos de sólidos celulares.

Finalmente, no se puede dejar de mencionar la importancia de las espumas en la alimentación. Algunos alimentos, como el merengue, se obtienen batiendo mecánicamente. Otros productos básicos, como el pan, contienen un espumante químico, la levadura. Algunos alimentos, como los copos de maíz, se obtienen por medio de un espumante físico, el vapor de agua. La naturaleza ha ideado sus propias formas de producir esponjas tanto en el proceso de crecimiento de un organismo (en los huesos, maderas, corcho y hojas) como fruto de una comunidad de organismos (como las estructuras coralinas, esponjas o nidos de ciertos insectos).

2.1.4 Propiedades de los materiales celulares

La gran variedad de espumas y materiales celulares que se pueden obtener de un mismo material son causa de una aun mayor variedad en las propiedades de estos materiales celulares. Estas propiedades físicas, mecánicas y térmicas se miden siguiendo los mismos procedimientos que en los materiales normales. La Figura 2.22 muestra el rango de valores que toman diferentes propiedades de estos materiales celulares (barras sombreadas con puntos) en comparación con las propiedades de los materiales continuos o macizos (barras negras). Las propiedades que se muestran son: densidad, conductividad térmica, módulo de Young y resistencia última (o a la fractura) a tracción. Como se puede observar, la amplitud de las propiedades de estos materiales es enorme y les proporciona una adaptación a los requisitos de cada aplicación difícilmente superable por los materiales convencionales.

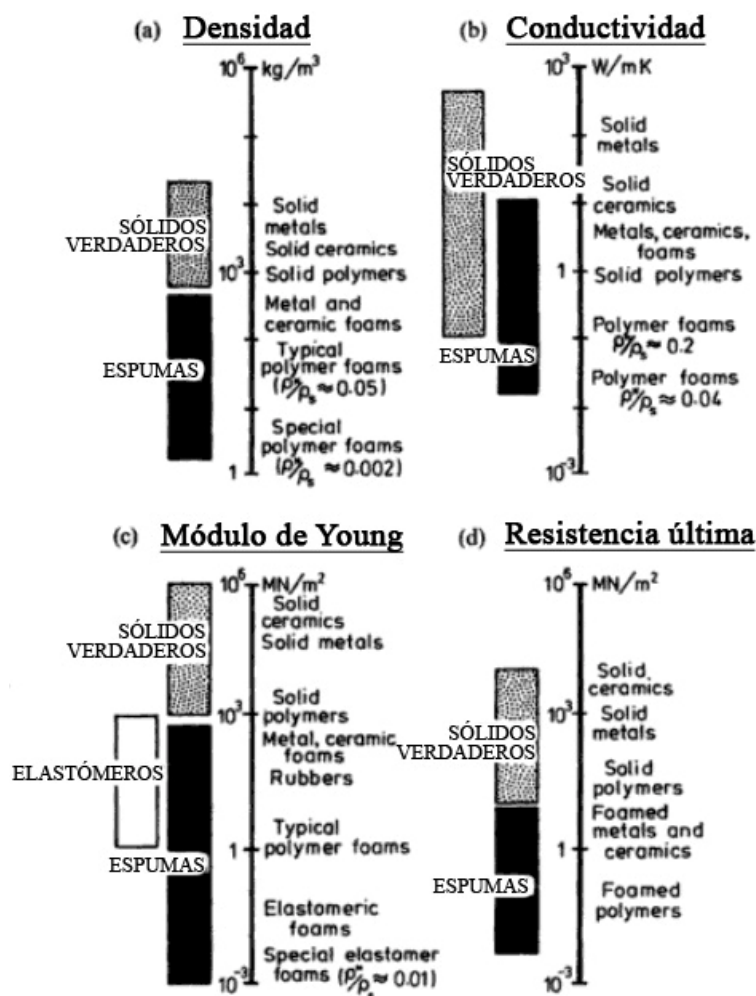


Figura 2.22. Rango de propiedades disponible para el ingeniero a través del proceso de espumado: (a) densidad, (b) conductividad térmica, (c) módulo de Young y (d) resistencia última (o a la fractura) [8].

2.1.5 Aplicaciones según propiedades

Las aplicaciones más importantes de estos materiales vienen marcadas por sus singulares propiedades:

- La baja densidad de los materiales celulares los hace idóneos para el diseño de componentes ligeros y rígidos tales como paneles sándwich y elementos flotantes de todo tipo. Los paneles sándwich son utilizados ampliamente en la industria aeronáutica, aeroespacial y naval.
- Su baja conductividad térmica permite la fabricación de aislantes térmicos baratos y fiables sólo superados por métodos basados en el vacío. Esta baja conductividad térmica es debida a que las estructuras celulares contienen gran cantidad de espacios huecos en su interior rellenos de aire y es sabido que el aire conduce peor el calor que cualquier sólido.
- Los sólidos celulares de celda cerrada se utilizan para sustentar estructuras flotantes (como la boya mostrada en la Figura 2.23), ya que suelen ser menos densos que el agua debido al su cuerpo cavernoso relleno de aire. Son adecuados para inmersiones prolongadas (los no metálicos no se corroen) y, aun dañados,

siguen cumpliendo su función, ya que las celdas interiores no se ven afectadas por daños en la superficie.



Figura 2.23. Boya luminosa “Galicia 800” rellena de espuma de poliuretano de alta densidad [13].

- Son muy buenos aislantes del sonido, siendo también muy pocas las alternativas en esta función.
- Tienen un buen comportamiento frente a vibraciones mecánicas. Pueden usarse como relleno de perfiles huecos para amortiguación y en cubiertas y contenedores sujetos a vibración.
- La baja rigidez que pueden proporcionar estos materiales los hace ideales para un amplio rango de aplicaciones en acolchamientos. De hecho, las espumas a base de elastómeros son las más utilizadas en asientos.
- La baja rigidez a compresión ligada a grandes deformaciones plásticas les confiere una gran eficiencia para la absorción de energía en un impacto¹ [17] (como en el caso mostrado en la Figura 2.24). La industria de los sólidos celulares para este tipo de aplicaciones es inmenso: desde el uso en ordenadores hasta en recipientes para contener materiales peligrosos.

¹ Eficiencia de absorción de energía: máxima energía (área bajo la curva tensión-deformación) que puede disipar por unidad de masa de material (en este caso celular).



Figura 2.24. Impacto frontal de un vehículo de ensayos con espuma metálica en su estructura [5].

En este apartado, los materiales celulares metálicos poseen una ventaja decisiva sobre el resto, en concreto sobre los poliméricos: frente al impacto, los materiales celulares metálicos se deforman plásticamente sin efecto rebote (propio de deformaciones elásticas) que se produce en los materiales celulares poliméricos [17].

- La porosidad de algunos materiales celulares los hace especialmente indicados para su uso como filtros.
- Los materiales porosos poseen superficies rugosas que los hacen aptos para su uso como superficies antideslizantes. Por ejemplo, se utilizan para fabricar pastillas de freno (véase la Figura 2.25).



Figura 2.25. Pastillas de freno para un freno de disco.

- Algunos materiales celulares como el politetrafluoretileno (PTFE), más conocido como teflón, y otros fluoropolímeros expandidos termomecánicamente (más conocidos como membranas GORE-TEX[®], véase Figura 2.26) son altamente impermeables (el aire y el vapor de agua puede atravesarlos; pero el agua no, debido a que el tamaño de poro es muy pequeño y las gotas de

agua son capaces de atravesarlos por su tensión superficial) y ligeras, lo que a estas membranas muy adecuadas para la confección de prendas y calzado de montaña (véase Figura 2.27).

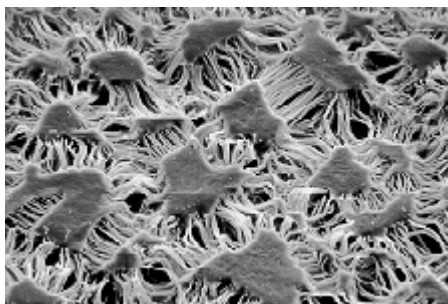


Figura 2.26. Membrana de politetrafluoretileno (teflón) expandido termo-mecánicamente.

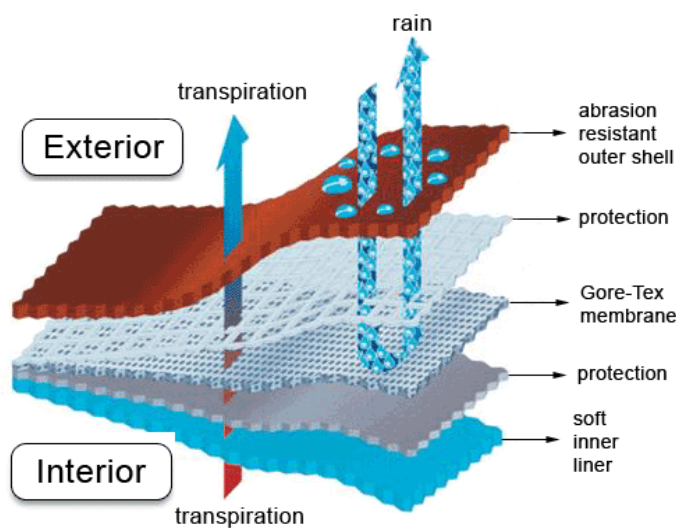


Figura 2.27. Esquema constitutivo de una prenda de vestir equipada con membrana GORE-TEX®.

2.1.6 Aplicación de las espumas metálicas según sector

En la Figura 2.28 se muestran varias aplicaciones de las espumas metálicas: filtros, intercambiadores de calor, paneles sándwich, etc.; pero a continuación vamos a ir enunciando las aplicaciones más representativas actuales y futuras de dichos materiales (únicamente de espumas metálicas, de ningún otro material) por sectores industriales:



Figura 2.28. Diferentes aplicaciones de las espumas metálicas [34].

- **Industria química y tratamiento de fluidos**

Las espumas de celda abierta con tamaño de poro controlado tienen un gran potencial para filtrar gases y fluidos. Su principal y definitiva ventaja sobre el resto de sólidos celulares y, en concreto, sobre el resto de espumas es su notable mayor capacidad para resistir cargas y temperaturas, lo que las hace adecuadas para filtros que funcionen con gran pérdida de carga (gran diferencia de presión entre sus caras) y/o a altas temperaturas.

- **Industria automovilística**

El amplio abanico de propiedades que presentan así como las interesantes combinaciones de éstas que se dan en este tipo de materiales las han convertido en insustituibles en un sector tan dinámico como el automovilístico, muy activo en la búsqueda de nuevos materiales con mejor relación precio/prestaciones. Algunas de estas propiedades son:

- Alta capacidad de absorción de energía mecánica durante su deformación (especialmente durante impactos).
- Carácter reciclable.
- Insensibilidad a entallas.
- Protección contra el fuego.
- Aislante térmico y sonoro.
- Buena rigidez específica (rigidez/peso) y resistencia específica (resistencia última/peso).

Como muestran las Figura 2.29 y la Figura 2.30, debido a dichas propiedades, estos materiales se utilizan profusamente en los automóviles: desde el relleno de los asientos hasta los soportes del bloque-motor o los largueros y zonas deformables de la carrocería

para la absorción de impactos pueden estar fabricados en parte en espumas metálicas [17].

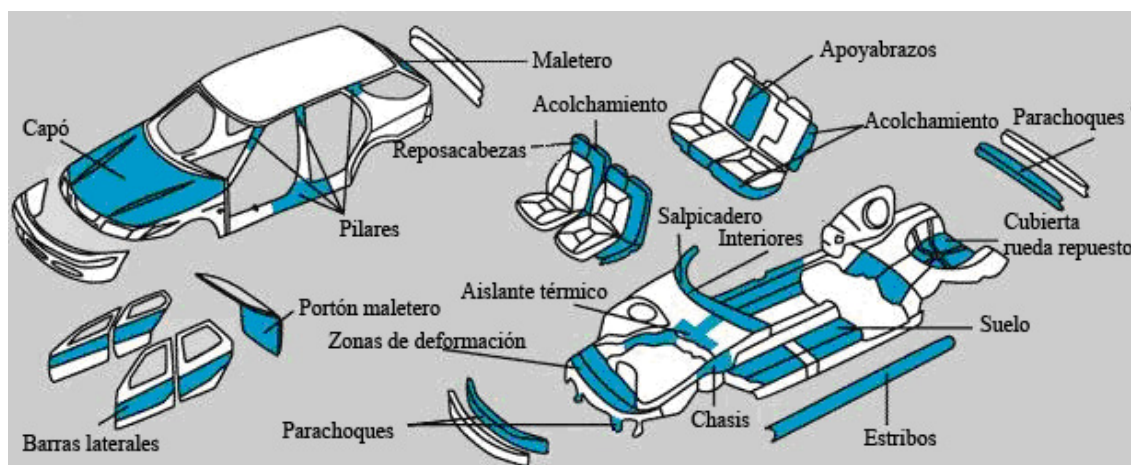


Figura 2.29. Uso de espumas metálicas en vehículos [17].

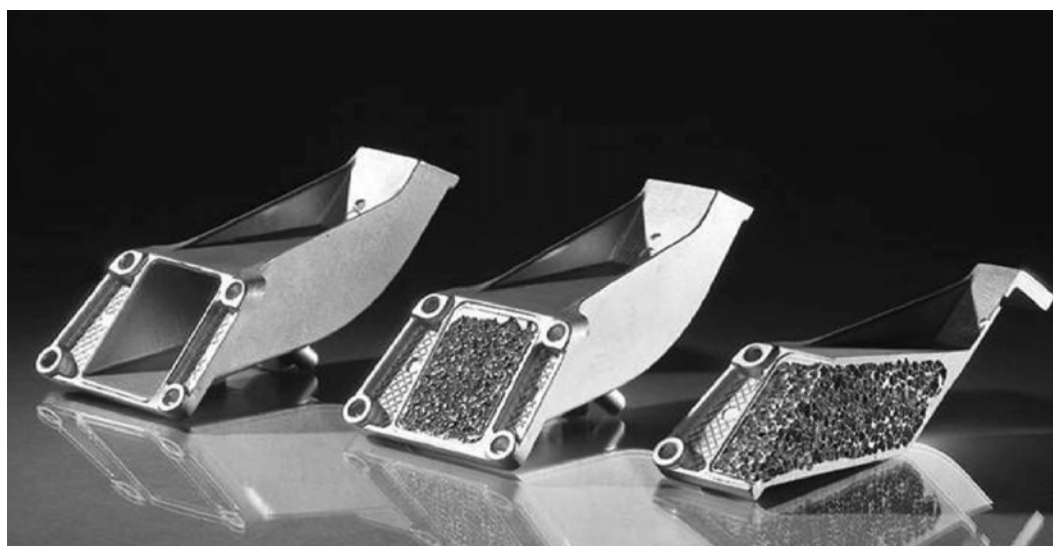


Figura 2.30. Soportes del bloque motor de un prototipo de BMW realizados en aluminio con núcleo de espuma de aluminio [10].

La capacidad de amortiguamiento de las espumas metálicas puede ser hasta diez veces superior que la de los metales sólidos. Además, poseen elevadas frecuencias naturales de resonancia. Por tanto, este relleno de espuma metálica puede reducir considerablemente las vibraciones transmitidas del motor al chasis. Otra posible aplicación de estas espumas podría ser la de relleno de los silenciosos en las vías de escape de los motores de combustión interna.

También podrían ser utilizados en los filtros de aceite. Debido a su alta densidad de superficie, podrían ser utilizados como soporte para el revestimiento de materiales catalíticos (Platino, Paladio y Rodio) en los catalizadores del escape de los automóviles en sustitución de los panales de abeja, ya que tienen más superficie por unidad de volumen (véase la Figura 2.31).



Figura 2.31. Catalizador basado en espuma metálica [46].

- **Industria ferroviaria**

Los requisitos para los materiales en el sector ferroviario son parejos a los del sector automovilístico, por lo que sus aplicaciones son semejantes. Cabe destacar sus aplicaciones orientadas a la absorción de impactos. Así, se realizan zonas deformables de absorción de impactos (véase la Figura 2.32) utilizando espumas metálicas tanto en los testeros¹ aerodinámicos de las cabezas tractoras y como en los testeros de los coches intermedios.

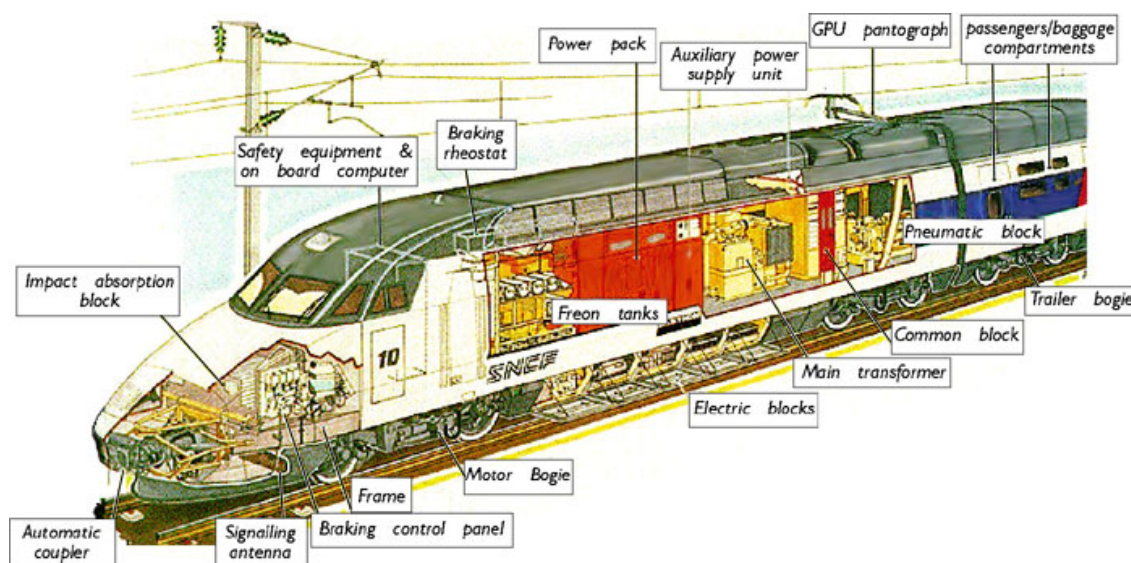


Figura 2.32. Esquema de una cabeza tractora TGV Atlantique [12].

- **Industria aeronáutica y aeroespacial**

Los requisitos de los anteriores sectores se elevan a la máxima expresión en el caso de la aeronáutica. Las excelentes relaciones rigidez/peso y resistencia última/peso las hacen idóneas para su aplicación a cualquier estructura ligera con el fin de reducir su peso. Uno de sus usos potenciales es el núcleo de los paneles sándwich en sustitución del ya clásico panel de abeja como se puede apreciar en la Figura 2.33.

¹ Ambos extremos de un vehículo ferroviario.

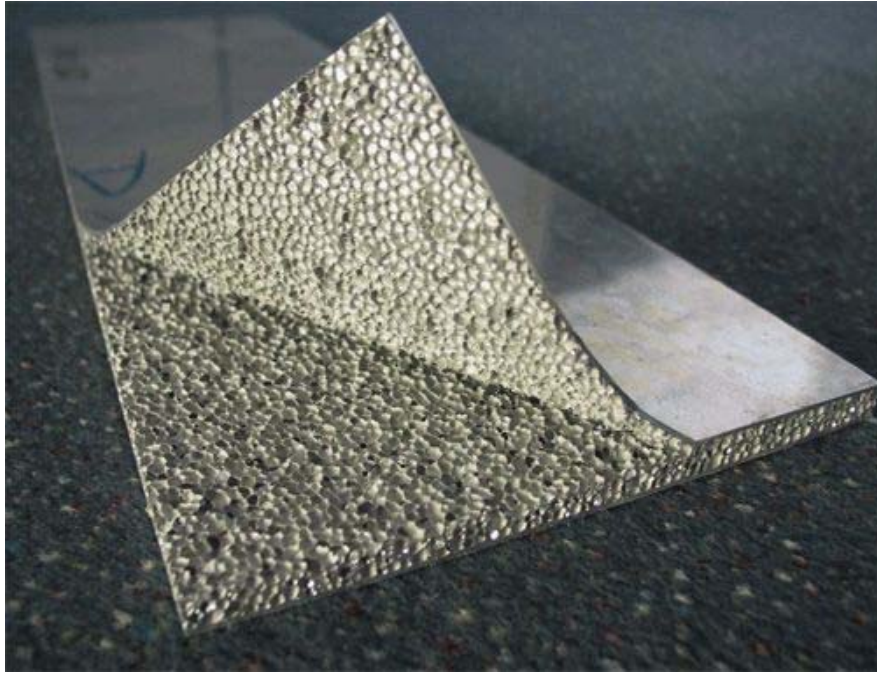


Figura 2.33. Panel sándwich con núcleo de espuma de aluminio [39].

La principal ventaja de los paneles sándwich con núcleo de espuma metálica sobre los clásicos (núcleo de nido de abeja con pieles de material compuesto) es que los primeros pueden fabricarse fácilmente con curvatura (véase la Figura 2.34). Según estudios, la implementación de materiales sándwich con núcleo de espuma metálica supondría un ahorro importante de costos.

Grandes fabricantes como Boeing [64] ya han ensayado el uso de espumas de titanio y de aluminio en el botalón de cola¹ de los helicópteros. Otras aplicaciones incluyen el relleno de álabes de turbina, elementos anticolidión para soportes de aterrizaje en vehículos espaciales y estructuras resistentes en satélites.

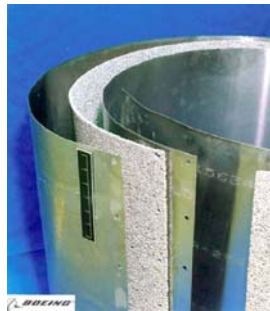


Figura 2.34. Panel sándwich curvado con núcleo de espuma metálica [64].

- **Industria naval**

La industria naval no requiere materiales de una rigidez y resistencia específica elevada para aplicaciones estructurales en barcos. Las aplicaciones de las espumas metálicas se orientan a sus características especiales de flotabilidad en condiciones extremas. Como ya hemos comentado, las espumas de aluminio de celda cerrada (para asegurar su

¹ Estructura esbelta que soporta el rotor de cola y el timón de profundidad que forma parte del fuselaje de un helicóptero.

estanqueidad) son menos densas que el agua y, por tanto, pueden flotar. Esta propiedad unida a aun dañados siguen flotando (sólo se dañarían las celdas externas) es muy útil para la fabricación de todo tipo de estructuras marinas: flotadores, plataformas de extracción, mamparos estructurales o plataformas para antenas.

- **Industria deportiva**

Siempre buscando las máximas prestaciones para los practicantes de distintos deportes, las espumas metálicas pueden hacerse un hueco entre la fibra de carbono y demás materiales avanzados. Aunque aun no se ha registrado ninguna aplicación, perfectamente se podrían utilizar para rellenar perfiles como marcos de raquetas, cuadros de bicicletas, bates de béisbol u otros.

- **Industria sanitaria**

Ciertas espumas metálicas de celda abierta son biocompatibles (como las de titanio) y estimulan el crecimiento celular en sus poros. Por tanto, son útiles en la unión entre la estructura ósea y la prótesis en sí. Así, pueden utilizarse para fabricar prótesis ortopédicas sustituyendo a los tornillos (véase la Figura 2.35).

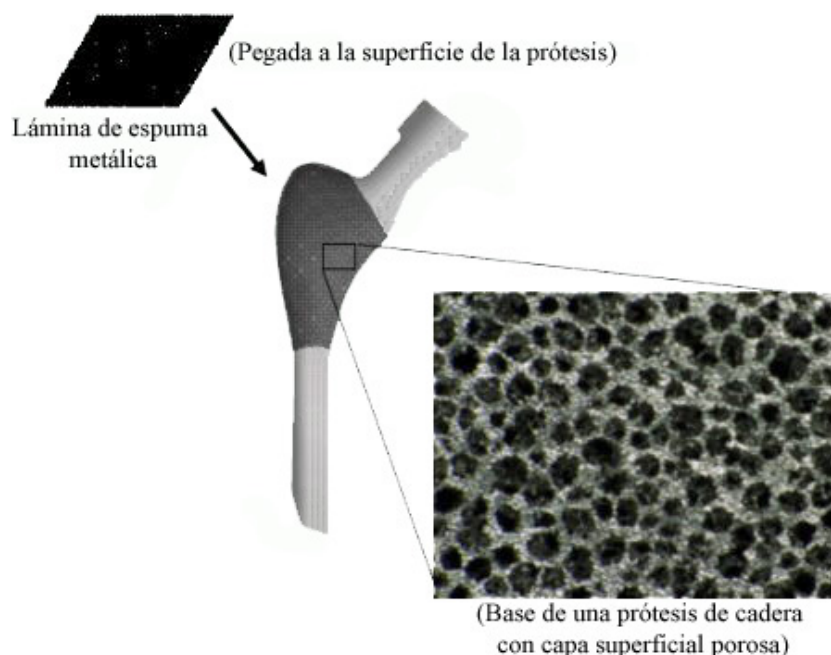


Figura 2.35. Prótesis de cadera con espuma metálica biocompatible [49].

- **Industria eléctrica/electrónica**

Son adecuados como pantalla frente a las ondas electromagnéticas, ya que presentan una buena conductividad eléctrica (que reduce la penetración de las ondas) y una baja permeabilidad eléctrica (que ayuda a conversión de la energía de las ondas electromagnéticas en calor). Así, se utilizan para proteger dispositivos electrónicos o espacios habitados de daños.

- **Industria de la construcción**

Los poros de las espumas de celda abierta facilitan la absorción de ruido (puesto que lo reflejan dentro de la misma y convierten parte en calor) así como dificultan la transmisión de calor. Esto hace que puedan ser usadas en techos y paredes como aislantes térmicos y sonoros conjuntamente. Aunque bien es cierto que para estas aplicaciones, debido a sus bajos requerimientos, se suelen utilizar espumas poliméricas, más baratas y con iguales o mejor características.

Esa baja conductividad térmica unida a su resistencia a altas temperaturas los sitúa también como buenos materiales para hacer frente a incendios.

- **Industria energética**

Las espumas metálicas de celda abierta tienen un gran densidad superficial (área superficial o de contacto/volumen) y alta conductividad térmica, lo que le otorga cualidades excepcionales para el intercambio de calor. En la Figura 2.36, se puede ver un intercambiador de calor con esta tecnología.



Figura 2.36. Intercambiador de calor realizado con espuma metálica [24].

Ya se ha dicho anteriormente que, por el gran volumen de aire que contienen (el aire posee baja conductividad térmica), las espumas metálicas de celda cerrada poseen una baja conductividad térmica. Esto las hace aptas como aislante térmico a altas y bajas temperaturas. Así han tenido aplicación en tanques criogénicos para almacenamiento de nitrógeno líquido, como los de la Figura 2.37. Seguramente también serán utilizados en el aislamiento de los depósitos de H_2 licuado en los automóviles de celda de hidrógeno.

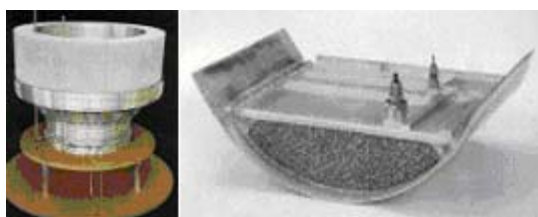


Figura 2.37. Tanques para el almacenamiento de nitrógeno líquido recubiertos de espuma metálica [24].

- **Industria decorativa, artes gráficas y publicidad**

El diseño en estos campos de basa en la novedad y la singularidad. Es por ello que la apariencia novedosa, bajo peso y resistencia en todo tipo de situaciones de estos materiales ha propiciado su uso en este sector. Se llevan utilizando ya varios años en muebles, suelos, techos, acabados e incluso para fabricar en logotipos corporativos de empresas (como se puede ver en la Figura 2.38).

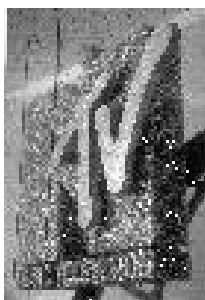


Figura 2.38. Logotipo corporativo realizado en espuma metálica [50].

2.2 Espumas metálicas

En este apartado, hablaremos de las características de las espumas metálicas en concreto como subgrupo de la familia de los materiales celulares. Las características y, en concreto, las propiedades y comportamiento mecánico de estas espumas metálicas son a día de hoy menos conocidas que las de otros materiales. Y su conocimiento es sumamente importante dado el gran número de aplicaciones potenciales de estos materiales celulares.

2.2.1 Propiedades mecánicas de las espumas metálicas

Las espumas metálicas cuentan con una compleja estructura microscópica en forma de poros (interconectados o no) que condiciona en gran medida las propiedades mecánicas macroscópicas. Gibson (2000) [25] y Sugimura y otros (1997) [60] estudian en profundidad el comportamiento mecánico de varios tipos de espumas metálicas.

Teóricamente, podremos estimar correctamente las propiedades mecánicas (véase la Tabla 2.1) de una espuma si aportamos los siguientes datos:

- Material del que está fabricada (para conocer el módulo de Young, E , del material del que está fabricada la espuma).
- Densidad relativa: ρ/ρ_s .
- Características morfológicas de las celdas: abierta o cerrada.

Aun así, las propiedades de las espumas también dependen (de una forma difícilmente cuantificable) de excepciones (defectos) morfológicas en la estructura porosa (bastante frecuentes por otra parte) como paredes de celda onduladas o rotas o también celdas de tamaño excepcionalmente pequeño o grande.

Al tratarse de una estructura microscópica tan compleja y variable (por la imposibilidad de controlar el crecimiento de cada poro durante el proceso de fabricación), todas las propiedades morfológicas (diámetro de celda, espesor de pared,...) de las celdas han de ser tratadas desde un punto de vista estadístico.

Las propiedades mecánicas más manejadas de las espumas metálicas son análogas a las utilizadas en el resto de materiales, salvo excepciones. Además, este tipo de materiales poseen unas curvas tensión deformación características que les confieren sus singulares cualidades.

Experimentalmente, las propiedades se extraen de ensayos como: tracción uniaxial, compresión uniaxial, compresión dinámica, compresión hidrostática, indentación, carga diagonal y cargas perpendiculares sucesivas [54].

Debido a la propia anisotropía del material, el módulo de Young tanto a tracción como a compresión (E_t y E_c) puede sufrir variaciones de hasta el 30% según la dirección en la que se mida [8].

2.2.1.1 Compresión uniaxial

Dado que una de las aplicaciones más importantes de las espumas metálicas es la absorción de energía durante su deformación plástica, unos de los ensayos más habituales es el de compresión uniaxial. Echando un vistazo a la Figura 2.39, observaremos peculiaridades que pasaremos a explicar.

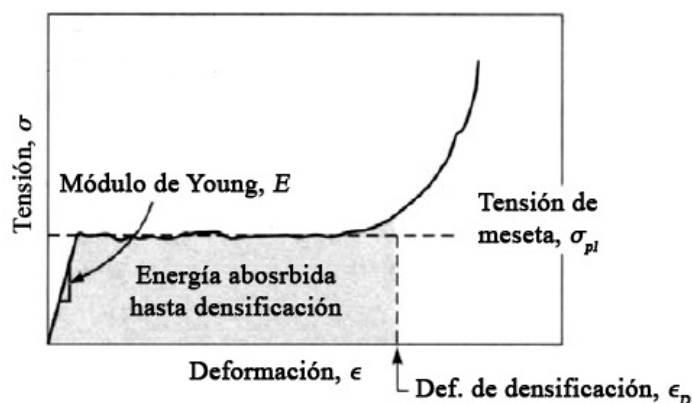


Figura 2.39. Curva tipo tensión-deformación típica de una espuma metálica de celda abierta sometida a compresión uniaxial [8].

Para conocer mejor los procesos que tienen lugar en el interior de la espuma metálica durante su compresión uniaxial, se considerará la Figura 2.40, más genérica y detallada. Es necesario precisar que tanto todas las deformaciones, ε , como todas las tensiones, σ , a las que harán referencia serán nominales (de toda la espuma, a nivel macroscópico), descartando las propias deformaciones y tensiones del material que constituye las paredes y/o los ejes del material celular.

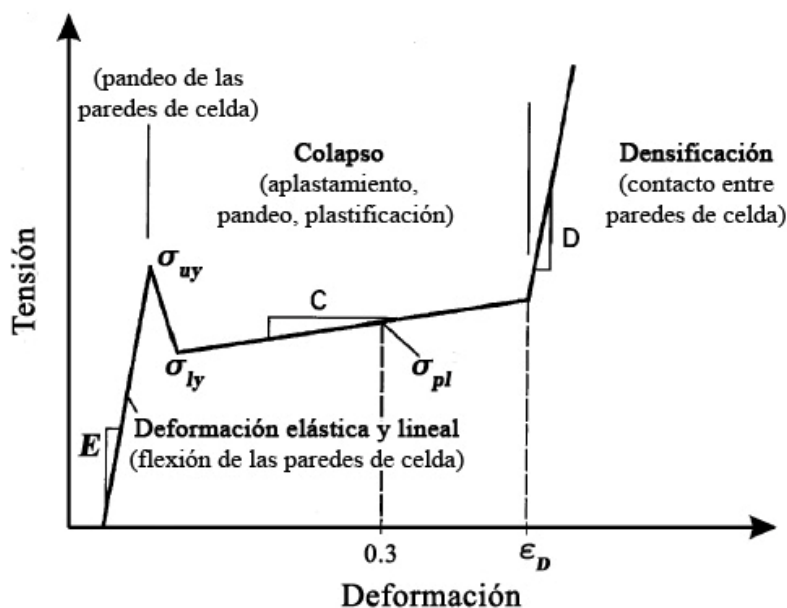


Figura 2.40. Curva tensión-deformación simplificada y generalizada de una compresión uniaxial de una espuma metálica [13].

Comienza, como en cualquier otro material, con una pequeña (en relación con el resto de la deformación) zona lineal de deformación elástica que se rige por la relación $\sigma = E\varepsilon$, donde E es el módulo de Young. A nivel micromecánico, toda la espuma se está comprimiendo (deformando) elásticamente. Este régimen elástico acaba cuando la espuma alcanza la tensión de plastificación, σ_y . Se puede dar el caso de que, por encima de la tensión de plastificación, la tensión experimente un descenso. En este caso, hablaremos de tensión de plastificación superior, σ_{uy} , (donde acaba el régimen elástico) y tensión de plastificación inferior, σ_{ly} .

Continúa con una gran zona de deformación plástica en la que la tensión se estanca (creando una meseta, “plateau” en inglés) en un valor, σ_{pl} (tensión de meseta), o crece (dicha tensión) muy lentamente, caso en el que varios autores han convenido adoptar como tensión de meseta, σ_{pl} , la alcanzada para una deformación de 0,3 [13]. La deformación alcanza unos valores considerables en esta zona (del orden de 0,4-0,6, según el tipo de espuma metálica). A nivel micromecánico, en las espumas de celda abierta los ejes o bordes de celda están plastificando al flectar. En el caso de las espumas de celda cerrada, es algo más complicado, ya que a la plastificación de los ejes hay que añadir la deformación (normalmente a tracción en la dirección perpendicular a la compresión) de las caras de las celdas, cuyo comportamiento se asemeja al de una membrana. Todo ello justifica que, en las curvas tensión-deformación de las espumas metálicas de celda cerrada, la tensión en la zona de la meseta vaya aumentando a medida que aumenta la deformación (véase la Figura 2.41).

En la última fase, continúa la deformación plástica a la par que se produce la compactación total de la espuma (comienzan a entrar en contacto las caras y ejes de las celdas), incrementándose rápidamente la tensión.

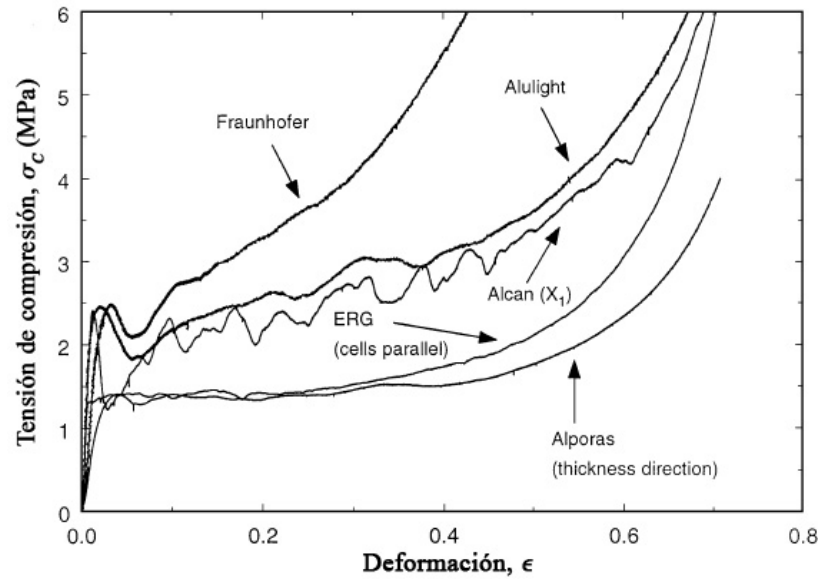


Figura 2.41. Gráficas tensión-deformación en compresión uniaxial de varias espumas metálicas comerciales: Alcan, Alporas (celda cerrada), Alulight (celda cerrada), ERG y Fraunhofer [7].

2.2.1.2 Tracción uniaxial

Las espumas metálicas presentan a tracción un comportamiento muy distinto al de compresión, como se puede apreciar en la Figura 2.42. Este comportamiento no ha sido tan ampliamente estudiado como el comportamiento a compresión debido a las complicaciones que surgen con el utillaje.

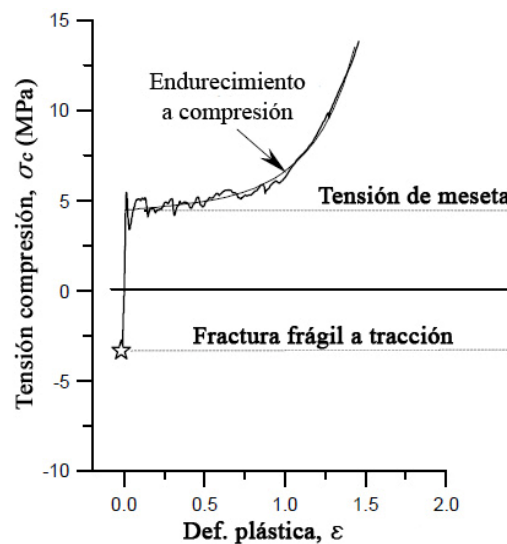


Figura 2.42. Diferencias en el comportamiento de una espuma metálica a tracción y a compresión [33].

El módulo de Young a tracción, E_t , es superior al módulo de Young a compresión, E_c ; siendo la relación (a menudo se habla simplemente de módulo de Young, omitiendo si es a tracción o a compresión, admitiendo que existen variaciones entre ambos):

$$E_t \approx 1.1E_c$$

Ecuación 2.2. Relación entre módulo de Young a compresión y a tracción en las espumas metálicas.

No existe zona de meseta en la curva tensión-deformación ni un rápido incremento final de la tensión, ya que no se produce el fenómeno de compactación. Únicamente, tras la zona elástica y lineal, se produce una rotura frágil del material [33].

Este comportamiento no ha sido tan ampliamente estudiado como el comportamiento a compresión debido a las complicaciones que surgen con el utillaje.

2.2.1.3 Tabla de propiedades mecánicas

Aglutinar en una tabla (véase la Tabla 2.1) las propiedades mecánicas básicas obtenidas experimentalmente de todos los tipos de espumas metálicas es complicado por varias razones:

- La variabilidad anteriormente comentada, que hace imposible la fabricación de dos espumas perfectamente iguales.
- Los múltiples procesos existentes de fabricación dan lugar a espumas con características muy dispares entre sí.
- Con cada proceso de fabricación, se pueden obtener espumas de propiedades bien diferentes variando diferentes parámetros durante el proceso de fabricación (como ya hemos visto anteriormente).

Tabla 2.1. Propiedades mecánicas experimentales obtenidas de diferentes materiales porosos [8].

Espuma	<i>Cymat</i>	<i>Alulight</i>	<i>Alporas</i>	<i>ERG</i>	<i>Inco</i>
Material	Al-SiC	Al	Al	Al	Ni
Estructura de celda	Cerrada	Cerrada	Cerrada	Abierta	Abierta
Diámetro de celda (mm)	3.4-13.2	4.2	4.5	2.5-4.5	0.45-0.8
Densidad, ρ (Kg/m ³)	70-560	300-1000	200-250	160-250	260-370
Densidad relativa, ρ/ρ_s	0.02-0.2	0.1-0.35	0.08-0.1	0.05-0.1	0.03-0.04
Módulo de Young, E (GPa)	0.02-2	1.7-12	0.4-1	0.06-0.3	0.4-1
Módulo de cortadura, G (GPa)	0.001-1	0.6-5.2	0.3-0.35	0.02-0.1	0.17-0.37
Módulo de Poisson, ν	0.31-0.34	0.31-0.34	0.31-0.34	0.31-0.34	0.31-0.34
Módulo de comp. vol., K (GPa)	0.02-3.2	1.8-13	0.9-1.2	0.06-0.3	0.4-1
Resistencia a tracción, σ_t (MPa)	0.05-8.5	2.2-30	1.6-1.9	1.9-3.5	1-2.4
Resistencia a compresión, σ_c (MPa)	0.04-7	1.9-14	1.3-1.7	0.9-3	0.6-1.1
Límite elástico a tracción, σ_y (MPa)	0.04-7	2-20	1.6-1.8	0.9-2.7	0.6-1.1
Deformación de compactación, ε_D	0.6-0.9	0.4-0.8	0.7-0.82	0.8-0.9	0.9-0.94
Ductilidad, ε_f	0.01-0.02	0.002-0.04	0.01-0.06	0.1-0.2	0.03-0.1
Dureza, H (MPa)	0.05-10	2.4-35	2-2.2	2-3.5	0.6-1

Cabe hablar en este apartado también del comportamiento frente a **fatiga** de este tipo de materiales. En la Figura 2.43, aparece la relación $\sigma_{m\acute{a}x}/\sigma_{pl}$ (tensión máxima, pico

partido de la tensión de meseta a compresión) frente al número de ciclos que soporta el material, espumas de tipo Alporas en este caso. Los ensayos están realizados con distintas relaciones entre tensión máxima y mínima, definidos por $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$.

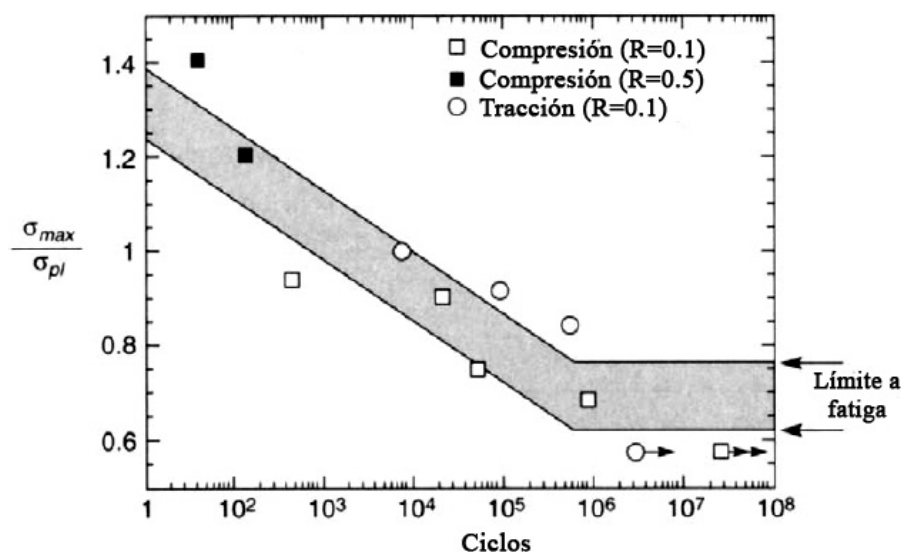


Figura 2.43. Curvas de resistencia a fatiga para espumas de tipo Alporas [8].

Como puede observarse en la Figura 2.43, el comportamiento a fatiga es similar al de cualquier otro material: disminuye el número de ciclos hasta producirse el fallo a medida que aumentan los esfuerzos y también poseen un límite a fatiga (tensión por debajo de la cual, no se produce el fallo por fatiga). Cabe destacar que, para la misma relación de tensiones $R = 0.1$, las espumas ensayadas a tracción han aguantado más ciclos que las ensayadas a compresión.

En cuanto a la **fluencia**, aún no ha sido estudiada en profundidad [8].

2.2.1.4 Diagramas de propiedades mecánicas

Los gráficos “charts” o diagramas son útiles para mostrar rangos de propiedades en función de alguna otra propiedad de una familia de materiales, en este caso, las espumas metálicas.

En la Figura 2.44, se muestra un diagrama representado (en escala logarítmica) el módulo de Young a compresión, E_c , frente a la densidad, ρ , de las espumas metálicas existentes hasta el momento en el mercado. Sólo se han identificado ciertas espumas metálicas por razones de espacio y claridad. Los números que aparecen en paréntesis a la derecha del nombre de las espumas metálicas es la densidad más habitual de las mismas medida en Kg/m^3 . Las líneas discontinuas de la menos inclinada a la más inclinada tienen unas pendientes en escala logarítmica¹ de valor 1 ($E/\rho = 10^{-2}$), 2

¹ Los ejes de la gráfica presentan escala logarítmica. Una recta en esa gráfica posee una ecuación del tipo: $\log(E) = m \log(\rho) + k$, donde m es la pendiente y k una constante. Así, cada línea discontinua de la menos inclinada a la más inclinada tiene la siguiente ecuación de la más inclinada a la menos inclinada:

($E^{1/2}/\rho = 10^{-5/2}$) y 3 ($E^{1/3}/\rho = 10^{-8/3}$) respectivamente y la mayor parte de las espumas albergan sus propiedades dentro de la zona delimitada por dichas líneas. Cabe destacar la buena combinación de rigidez y baja densidad, haciéndolos aptos para aplicaciones en las que el peso constituya un factor prioritario.

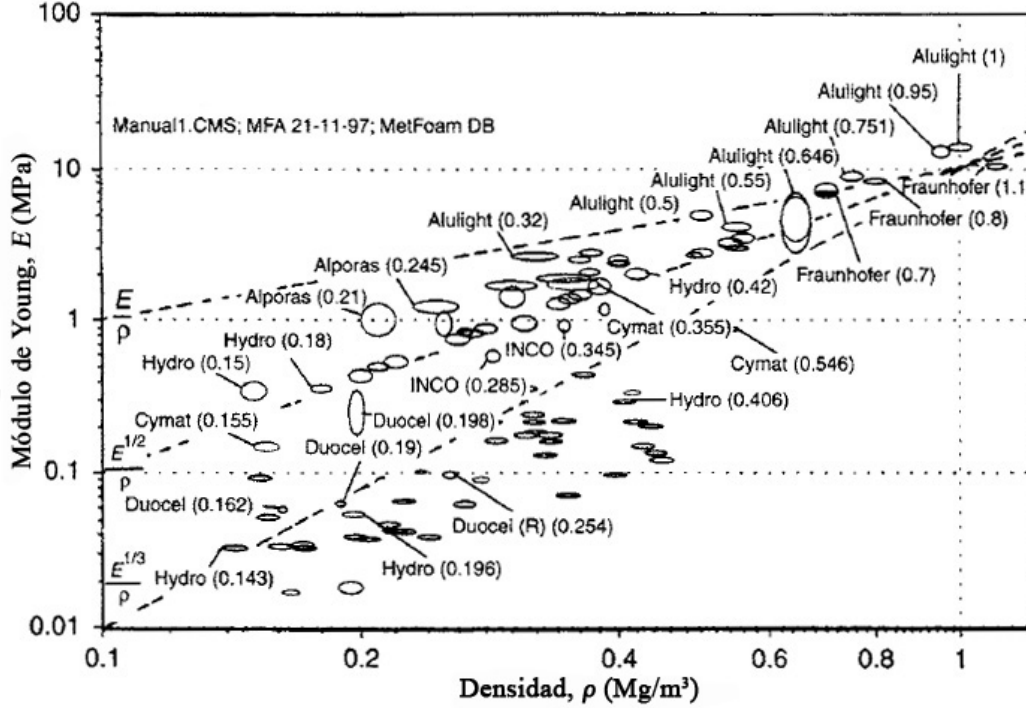


Figura 2.44. Diagrama representando el módulo de Young a compresión frente a la densidad de las espumas metálicas disponibles [8].

En la Figura 2.45, está representada (en escala logarítmica) la resistencia a compresión, σ_c , frente a la densidad, ρ , de las espumas metálicas existentes hasta el momento en el mercado. También, únicamente se han identificado ciertas espumas metálicas por razones de espacio y claridad. Los números que aparecen en paréntesis a la derecha del nombre de las espumas metálicas es la densidad más habitual de las mismas medida en Kg/m^3 . Las líneas discontinuas, análogamente a las de la Figura 2.44, poseen pendientes en escala logarítmica de valor 1 ($\sigma/\rho = 10$), $3/2$ ($\sigma^{2/3}/\rho = 10^{2/3}$) y 2 ($\sigma^{1/2}/\rho = 10^{1/2}$). Estos materiales también tienen una buena resistencia a compresión específica, es decir, una buena resistencia a compresión en relación con su baja densidad, como las espumas Alporas o Alulight.

- $m = \frac{\log(10) - \log(0.01)}{\log(1000) - \log(100)} = 3 \Rightarrow k = -8 \Rightarrow \log(E) = 3 \log(\rho) - 8 \Rightarrow E^{1/3}/\rho = 10^{-8/3}$
- $m = \frac{\log(10) - \log(0.1)}{\log(1000) - \log(100)} = 2 \Rightarrow k = -5 \Rightarrow \log(E) = 2 \log(\rho) - 5 \Rightarrow E^{1/2}/\rho = 10^{-5/2}$
- $m = \frac{\log(10) - \log(1)}{\log(1000) - \log(100)} = 1 \Rightarrow k = -2 \Rightarrow \log(E) = \log(\rho) - 2 \Rightarrow E/\rho = 10^{-2}$

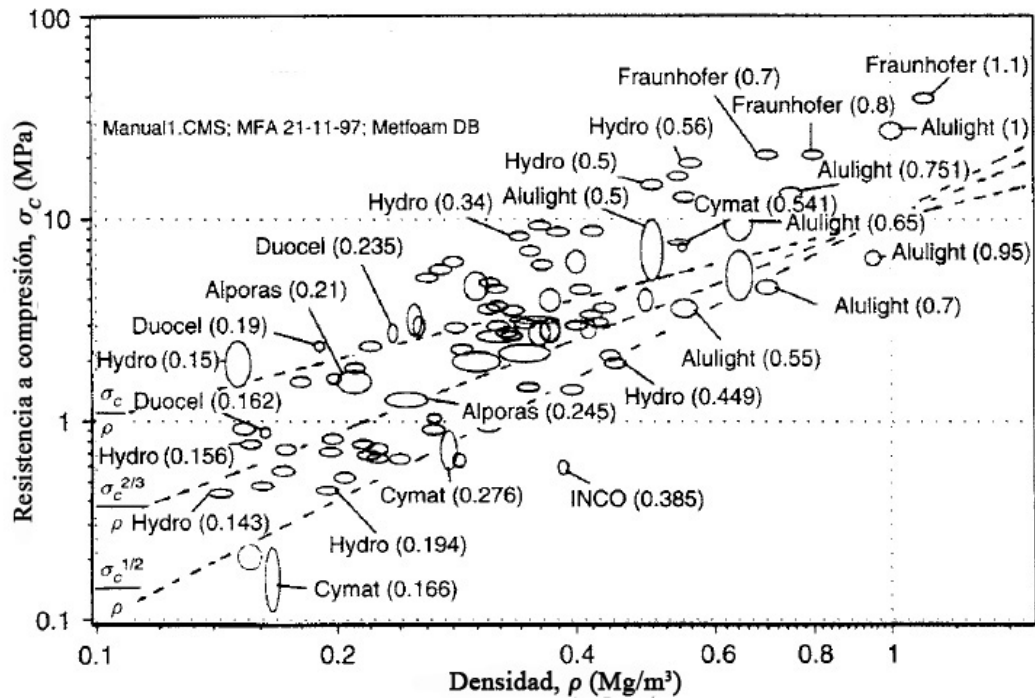


Figura 2.45. Diagrama representando la resistencia a compresión frente a la densidad de las espumas metálicas disponibles actualmente [8].

En la Figura 2.46, está representada (en escala logarítmica) la rigidez específica, E/ρ , frente a la resistencia específica, σ_c/ρ , de las espumas metálicas existentes hasta el momento en el mercado.

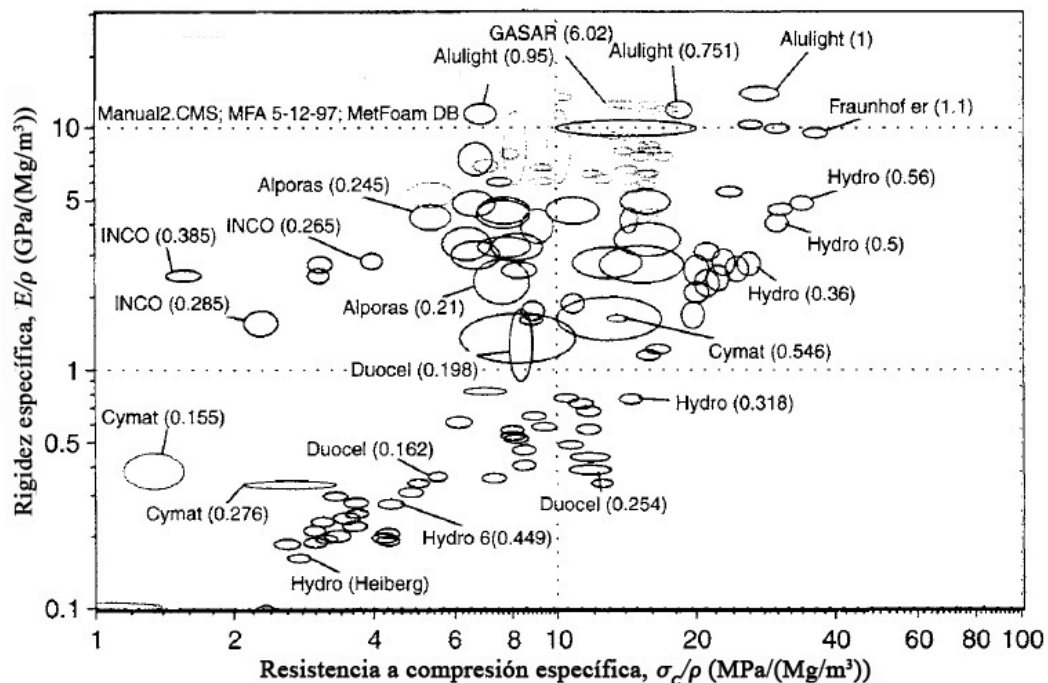


Figura 2.46. Diagrama representando la rigidez específica frente a la resistencia a compresión específica de las espumas metálicas disponibles actualmente [8].

2.2.1.5 Relaciones entre propiedades

Es interesante y muy práctico el obtener relaciones matemáticas entre distintas propiedades básicas de un material. De esta forma, podrán obtenerse fácil y rápidamente las propiedades necesarias en cualquier aplicación. Este tipo de relaciones son tanto más útiles cuanto más básicas sean las propiedades de las que partan las relaciones. En el caso de los materiales porosos en general, qué mejor propiedad básica que la densidad relativa (ya nos ocupamos de ella en el apartado 2.1.1, concretamente nos referimos a ella en la Ecuación 2.3) para calcular el resto de propiedades mecánicas. Debido a la variabilidad y la diversidad (comentadas ya en el apartado 2.1.2) propias de las espumas metálicas en concreto, intervendrán otros factores como el tamaño de celda, el material del que está fabricada la espuma,... que también habrán de ser reflejados en dichas relaciones matemáticas.

Las relaciones obtenidas para las espumas metálicas se han extrapolado fundamentalmente a partir de los resultados obtenidos en las investigaciones con espumas poliméricas [29]. Además, hay que advertir que todas estas relaciones son aproximadas y que sólo son útiles en las etapas iniciales de diseño, para primeras aproximaciones.

Todas las fórmulas tendrán el siguiente aspecto:

$$\frac{P}{P_s} = \alpha \left(\frac{\rho}{\rho_s} \right)^n$$

Ecuación 2.3. Forma general de las ecuaciones para la obtención de propiedades de espumas metálicas.

Donde:

- P es la propiedad buscada de la espuma metálica.
- P_s es la propiedad del material del que está realizada la espuma metálica, será un dato.
- α y n son constantes que dependerán de varios factores constitutivos de la espuma como tamaño de celda, espesor de pared, ...
- ρ/ρ_s es la densidad relativa de la espuma metálica.

Así, en la Ecuación 2.4, se define el módulo de Young¹, E . La Ecuación 2.5 define el módulo de cortadura, G , y la Ecuación 2.6 muestra un valor aproximado del módulo de Poisson, ν .

$$E \approx \alpha_1 E_s \left(\frac{\rho}{\rho_s} \right)^m$$

Ecuación 2.4. Cálculo del módulo de Young.

¹ Ya comentamos anteriormente (en el Apartado 2.2.1.2) que el módulo de Young a tracción, E_t , y a compresión, E_c , difieren en aproximadamente un 10%.

$$G \approx \frac{3}{8} \alpha_1 G_s \left(\frac{\rho}{\rho_s} \right)^m$$

Ecuación 2.5. Cálculo del módulo de cortadura.

$$\nu \approx 0.3$$

Ecuación 2.6. Valor aproximado del módulo de Poisson.

Donde E_s y G_s son las mismas propiedades, pero del material digamos “macizos”, con densidad relativa 1, del que proviene la espuma. Además, α_1 es una constante que toma valores entre 0,1 y 4, mientras m toma valores entre 1,8 y 2,2. Estas constantes dependerán de la estructura interna de la espuma metálica en cuestión.

En la Ecuación 2.7 se define la expresión para calcular la tensión de meseta, σ_{pl} , mientras que en la Ecuación 2.8 aparece la expresión para calcular la deformación de compactación, ε_D , ambas magnitudes comentadas en el apartado 2.2.1.2.

$$\sigma_{pl} \approx \alpha_2 \sigma_{y,s} \left(\frac{\rho}{\rho_s} \right)^n$$

Ecuación 2.7. Ecuación para el cálculo de la tensión de meseta.

$$\varepsilon_D \approx \left(1 - \alpha_3 \frac{\rho}{\rho_s} \right)$$

Ecuación 2.8. Ecuación para la obtención de la deformación de compactación.

Donde $\sigma_{y,s}$ es el límite elástico del material del que procede la espuma, la constante α_2 oscila entre 0,25 y 0,35, α_3 toma valores entre 1,4 y 2; mientras que m se encuentra entre los valores 1,5 y 2. Estas dos últimas también dependientes de la estructura interna de la espuma metálica de la que se trate.

En la Ecuación 2.9, aparece la relación entre la tenacidad a la fractura (J_{IC}) y las propiedades básicas de una espuma metálica. Esta propiedad puede ser medida mediante las técnicas habituales para ello [8].

$$J_{IC} \approx \beta \sigma_{y,s} l \left(\frac{\rho}{\rho_s} \right)^p$$

Ecuación 2.9. Ecuación para la obtención de la tenacidad a la fractura.

Donde $\sigma_{y,s}$, como en la Ecuación 2.7, es el límite elástico del material del que procede la espuma, l es el tamaño medio de celda, β es una constante que toma valores entre 0,1 y 0,4 y p otra constante que adquiere valores entre 1,3 y 1,5. Estas dos constantes dependerán, como el resto de constantes, de la morfología de la espuma en cuestión.

Está claro, a tenor de las expresiones anteriores, que las espumas más débiles o las zonas de una espuma más débiles son aquellas que menor densidad relativa poseen; ya que cuanto menor es la densidad relativa, menores son las propiedades del material celular.

La propia variabilidad de las propiedades de las espumas junto con su compleja estructura interna provoca cierta divergencia en los resultados obtenidos de diferentes investigaciones. Así pues, en la Tabla 2.2, aparecen de nuevo las relaciones básicas para el cálculo de distintas propiedades mecánicas a partir de las tres propiedades características de una espuma metálica: material del que está fabricada (que nos aportará el módulo de Young, E_s), estructura abierta o cerrada y la densidad relativa. En esta ocasión, se hace una diferenciación entre celdas abiertas y cerradas. Para el cálculo del módulo de Young, resistencia a tracción, resistencia a compresión y deformación de compactación aparecen en primer término dos números entre paréntesis que indican el intervalo en el que se encontrará dicho primer término.

Tabla 2.2. Cálculo de propiedades mecánicas de espumas metálicas a partir de propiedades básicas de las espumas metálicas y del material de origen [8].

Estructura de celda	Abierta	Cerrada
Módulo de Young, E	$(0.1-4)E_s\left(\frac{\rho}{\rho_s}\right)^2$	$(0.1-1)E_s\left(0.5\left(\frac{\rho}{\rho_s}\right)^2+0.3\left(\frac{\rho}{\rho_s}\right)\right)$
Módulo de cortadura, G	$\approx \frac{3}{8}E$	$\approx \frac{3}{8}E$
Módulo de Poisson, ν	0.32-0.34	0.32-0.34
Módulo de comp. vol., K	$\approx 1.1E$	$\approx 1.1E$
Resistencia a tracción, σ_t	$\approx (1.1-1.4)\sigma_c$	$\approx (1.1-1.4)\sigma_c$
Resistencia a compresión, σ_c	$(0.1-1)\sigma_{c,s}\left(\frac{\rho}{\rho_s}\right)^{3/2}$	$(0.9-1)\sigma_{c,s}\left(0.5\left(\frac{\rho}{\rho_s}\right)^{2/3}+0.3\left(\frac{\rho}{\rho_s}\right)\right)$
Deformación de compactación, ε_D	$(0.9-1)\left(1-1.4\frac{\rho}{\rho_s}+0.4\left(\frac{\rho}{\rho_s}\right)^3\right)$	$(0.9-1)\left(1-1.4\frac{\rho}{\rho_s}+0.4\left(\frac{\rho}{\rho_s}\right)^3\right)$
Dureza, H	$\sigma_c\left(1+2\frac{\rho}{\rho_s}\right)$	$\sigma_c\left(1+2\frac{\rho}{\rho_s}\right)$
Tenacidad, J_{IC}	$J_{IC} \approx \beta\sigma_{y,s}l\left(\frac{\rho}{\rho_s}\right)^p$	$J_{IC} \approx \beta\sigma_{y,s}l\left(\frac{\rho}{\rho_s}\right)^p$

Las magnitudes incluidas en esta tabla son prácticamente las mismas que las expuestas anteriormente (de la Ecuación 2.3 a la Ecuación 2.9), salvo el módulo de compresión volumétrica, K , resistencia a tracción, σ_t , resistencia a compresión, σ_c , y dureza, H .

La distinción entre celda abierta y celda cerrada otorga valores mayores para el módulo de Young, E , en el caso de materiales de celda cerrada que en el caso de celda abierta, lo cual. En cambio, la deformación de compactación, ε_D , y la resistencia a tracción, σ_t , no varían de un tipo de materiales a otros. Todo ello concuerda con lo expuesto en los apartados 2.2.1.1 y 2.2.1.2.

3 INTRODUCCIÓN AL ANÁLISIS NUMÉRICO MEDIANTE ELEMENTOS FINITOS

En la actualidad, la industria se encuentra inmersa completamente en la ingeniería asistida por ordenador (CAE). Por ello, para que la utilización de un material sea considerada viable, no basta con que exhiba unas buenas cualidades, sino que además es necesario que todo el proceso de ingeniería pueda ser abordable virtualmente, incluidas las simulaciones informáticas del producto bajo las condiciones (cargas, temperaturas,...) reales de trabajo o del proceso de fabricación.

Todo ello ha sido posible gracias al desarrollo de paquetes informáticos basados en herramientas numéricas capaces de llevar a cabo estas tareas de simulación. Existen dos herramientas numéricas principales (ambas basadas en la discretización del problema):

- Método de las diferencias finitas (FDM): basado en la aproximación de ecuaciones diferenciales (concretamente, de sus derivadas) mediante diferencias finitas.
- Método de los elementos finitos (FEM): basado en la discretización del dominio en el que se estudia una ecuación diferencial mediante elementos finitos.

Además, es necesaria la implementación de un modelo numérico de comportamiento (mecánico, electromagnético,...) de los materiales involucrados en la simulación. Estos modelos han de ser eficientes, sencillos y fieles al comportamiento real de los materiales.

En el caso que nos ocupa, las espumas metálicas, el desarrollo de modelos numéricos es bastante reciente (dos últimas décadas) debido a la complejidad de los mecanismos de deformación asociados a la compleja y aleatoria geometría de las espumas. Además, pocos de los modelos más avanzados se encuentran implementados en algún software de elementos finitos (Abaqus sí cuenta con alguno), siendo necesaria en algunos casos la creación de subrutinas para implementar éstos. Todo ello provoca cierto escepticismo por parte de los diseñadores ante los potenciales usos de las espumas metálicas.

3.1 Método de elementos finitos (FEM o MEF)

Es un tipo de análisis numérico que permite la **resolución aproximada de problemas continuos** planteados generalmente en procesos físicos (mecánica estructural, electromagnetismo, dinámica de fluidos,...) gobernados por ecuaciones diferenciales en derivadas parciales o ecuaciones integrales. La solución de estas ecuaciones (incógnitas del problema) pasa de estar expresada en forma de función matemática a estarlo en forma de valores numéricos asociados a cada nodo. De ahí la importancia de este método de resolución.

El método está basado en la división (**discretización**) del dominio continuo, cuerpo o estructura objeto de estudio (con sus condiciones de contorno) en un número finito de subdominios llamados **elementos** que tienen las siguientes características:

- Cada elemento finito cubre una región del dominio en estudio y toda la física relevante que se contempla en dicha región mediante la definición de una serie de parámetros (tensión, temperatura, desplazamientos,...) asociados a los puntos característicos de cada elemento: los **nodos**.

- Los elementos finitos interactúan a través de las variables asociadas a la frontera compartida (nodos compartidos) entre dichos elementos.
- El sistema completo se forma mediante el ensamblaje de todos los elementos (mallado) teniendo en cuenta las interacciones entre ellos.
- El comportamiento y los resultados del problema dentro de cada elemento se define a partir del resultado en los nodos correspondientes al elemento aplicando las **funciones de interpolación** o de forma adecuadas.

En resumen, el método de elementos finitos transforma un problema de naturaleza continua en un modelo discreto aproximado. Dicho problema aproximado se resuelve a partir de un proceso de cálculo basado en los puntos de referencia llamados nodos y haciendo extensible esa solución al resto del dominio mediante interpolaciones.

La precisión del método dependerá, por tanto, del tamaño del tamaño de los elementos así como de la geometría de éstos; siendo mayor la precisión (y el trabajo de cálculo) cuanto más pequeños y más homogéneos son los elementos del mallado.

3.1.1 Aplicación del MEF a problemas estructurales

Ésta es la aplicación en la que primero se comenzó a utilizar el método. Posteriormente, comenzaron a surgir nuevas aplicaciones en el campo del electromagnetismo, fluidos, etc. Actualmente, la aplicación estructural es la más extendida.

El método aplicado a problemas estructurales se puede entender como una generalización del cálculo matricial al cálculo de sistemas continuos.

Para la resolución del problema discreto, es ampliamente utilizado el **principio de los trabajos virtuales**, cuyo desarrollo matemático será expuesto en los siguientes párrafos.

La **posición** de cualquier punto de un cuerpo tridimensional puede expresarse mediante un vector de coordenadas en ejes cartesianos:

$$\{x\} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix}$$

Ecuación 3.1. Vector posición de un punto.

El **desplazamiento** de dicho punto respecto a su posición de origen o de equilibrio se puede también expresar mediante un vector:

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}$$

Ecuación 3.2. Vector desplazamiento de un punto.

Donde las componentes u , v y w expresan los desplazamientos en las direcciones x , y y z respectivamente.

Las **deformaciones** que provocan dichos desplazamientos en un punto de un cuerpo se pueden representar gráficamente considerando un entorno paralelepédico de dicho punto, como muestra la Figura 3.1.

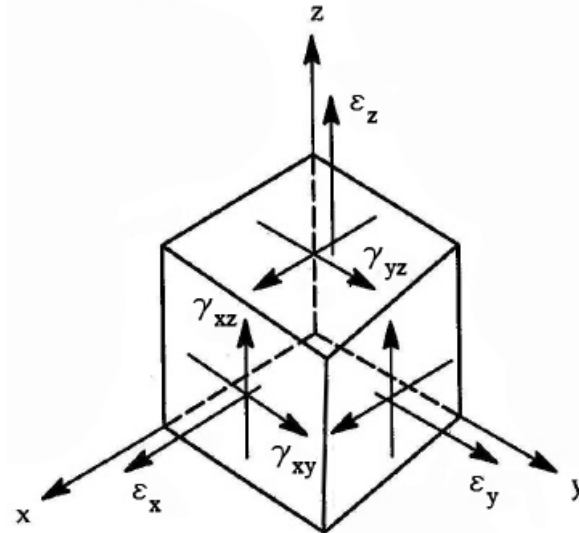


Figura 3.1. Paralelepípedo de deformaciones en un punto.

Estas deformaciones se expresan en este tipo de desarrollo en forma vectorial del siguiente modo:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix}$$

Ecuación 3.3. Vector deformación en un punto.

Donde:

- ε_x , ε_y y ε_z son las deformaciones normales en ejes cartesianos.
- γ_{xy} , γ_{xz} y γ_{yz} son las deformaciones tangenciales o de cizalladura.

El conjunto de las deformaciones también se puede expresar también en forma de tensor matricial 3x3:

$$[D] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{\gamma_{xy}}{2} & \frac{\gamma_{xz}}{2} \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} & \varepsilon_y & \frac{\gamma_{yz}}{2} \\ \frac{\gamma_{xz}}{2} & \frac{\gamma_{yz}}{2} & \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.4. Tensor o matriz de deformación.

En este desarrollo se seguirá empleando la expresión vectorial de la deformación.

La **relación entre desplazamientos y deformaciones** se puede expresar mediante una matriz de operadores de la siguiente forma:

$$\{\varepsilon\} = [L]\{u\}$$

Ecuación 3.5. Relación entre desplazamientos y deformaciones.

Donde $[L]$ es la matriz de operadores de derivación de dimensiones 6x3:

$$[L] = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix}$$

Ecuación 3.6. Operador matricial que relaciona desplazamientos y deformaciones.

Por otro lado, las **tensiones** que actúan en un punto de un cuerpo se pueden representar gráficamente considerando un entorno paralelepédico de dicho punto, como muestra la Figura 3.2.

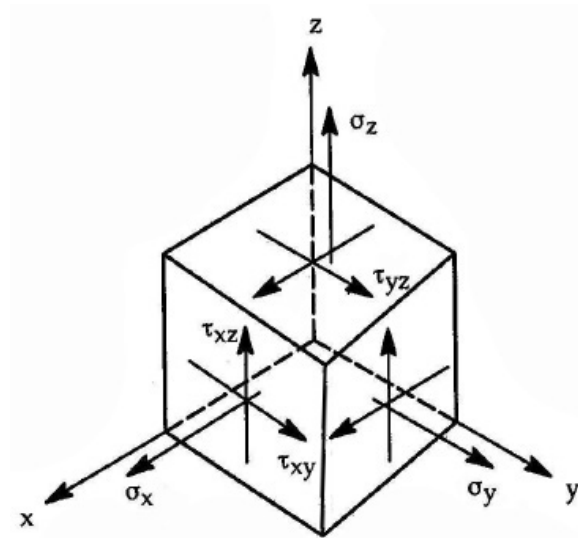


Figura 3.2. Paralelepípedo sobre el que actúan un grupo de tensiones tridimensional.

Estas tensiones se pueden expresar de forma vectorial de acuerdo con el entorno paralelepédico de dicho punto:

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix}$$

Ecuación 3.7. Vector tensión.

Donde:

- σ_x , σ_y y σ_z son tensiones normales al plano y paralelas a los ejes.
- τ_{xy} , τ_{xz} y τ_{yz} son las tensiones tangenciales (paralelas a los planos en los que actúan).

El trabajo desempeñado por los esfuerzos en cada punto del cuerpo se pueden expresar como:

$$\delta W = \{\sigma\}^T \{\delta \epsilon\}$$

Ecuación 3.8. Trabajo realizado por las tensiones.

La **relación entre tensiones y deformaciones** para cada punto en la zona elástica del material se expresar mediante la siguiente relación vectorial:

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon - \epsilon_0\} + \{\sigma_0\}$$

Ecuación 3.9. Relación vectorial tensión-deformación.

Donde:

- $[D]$ es la matriz de elasticidad 6x6 que recoge las propiedades del material.
- $\{\varepsilon_0\}$ es el vector de deformaciones iniciales o acumuladas.
- $\{\sigma_0\}$ es el vector de tensiones iniciales.

Los veintinueve términos de dicha matriz de elasticidad son independientes en el caso más general de anisotropía. En el caso de un material isótropo, estos términos dependen únicamente del módulo de elasticidad (E) y del módulo de Poisson (ν), dando lugar a una matriz de elasticidad simétricamente como la siguiente:

$$[D] = \frac{E}{2(1+\nu)} \begin{bmatrix} \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} & \frac{2\nu}{1-2\nu} & \frac{2\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} & \frac{2\nu}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ & & \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1 & 0 & 0 \\ & & & & 1 & 0 \\ & & & & & 1 \end{bmatrix}$$

Simétrica

Ecuación 3.10. Matriz de elasticidad para materiales isótropos.

Pero lo más usual en las actuales herramientas de elementos finitos es relacionar directamente los desplazamientos con los esfuerzos por medio de una matriz de rigidez. Con el fin de simplificarla, sólo contiene los términos de rigidez relacionados con la zona lineal del material, por lo que es una matriz de términos constantes. Todos los esfuerzos (esfuerzos no lineales como los derivados del proceso plástico o las cargas dependientes del tiempo), excepto los debidos a la elasticidad lineal, están recogidos en el vector cargas de tal modo que:

$$[K_{ii}]\{u_i\} = \{P_i\}$$

Ecuación 3.11. Relación entre desplazamientos y cargas.

Donde:

- $[K_{ii}]$ es la matriz de rigidez de términos lineales, ya que sólo contiene términos referentes al tramo lineal del material.
- $\{u_i\}$ es el vector desplazamientos de un conjunto finito de puntos.
- $\{P_i\}$ es el vector de cargas no lineales asociadas a cada punto.

La matriz de rigidez se construye agregando términos correspondientes a los puntos:

$$[K_{ii}] = \sum_e [K_{ii}^e]$$

Ecuación 3.12. Construcción de la matriz de rigidez.

En el caso del vector de cargas:

$$\{P_i\} = \sum_e \{P_i^e\} + \{P_i^d\}$$

Ecuación 3.13. Construcción del vector cargas.

Donde:

- $\sum_e \{P_i^e\}$ recoge las cargas asociadas a los elementos.
- $\{P_i^d\}$ recoge las cargas asociadas a los desplazamientos.

En la Figura 3.3, se muestran los dos tipos de esfuerzos a los que usualmente se verá sometido un elemento finito:

- $\{p\}$ representa una fuerza por unidad de volumen aplicada en todo el elemento.
- $\{t\}$ representa una fuerza que actúa en el contorno del elemento.

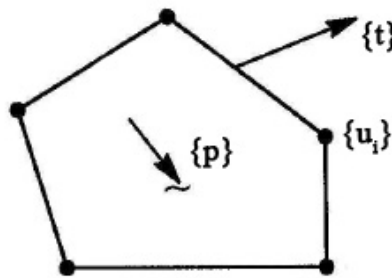


Figura 3.3. Elemento finito sometido a esfuerzos.

El vector $\{u_i\}$ contiene las variables de cada uno de los puntos representativos. Por otra parte, como por definición los elementos colindantes sólo interactúan a través de valores comunes de desplazamientos de frontera, se hace necesario sustituir las fuerzas $\{t\}$ que actúan en el contorno del elemento por fuerzas generalizadas del tipo $\{P_i^e\}$ actuantes sobre los puntos representativos del elemento.

También es importante aplicar algún tipo de relación para calcular deformaciones, tensiones,... de cualquier punto del elemento. En el caso de las deformaciones, se utiliza la **relación entre deformaciones y desplazamientos de frontera** $\{u_i\}$:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{u_i\}$$

Ecuación 3.14. Relación entre deformaciones y desplazamientos de frontera.

Donde $[B]$ es la matriz denominada deformación-desplazamiento, que es obtenida de las funciones de posición suministradas por el usuario. Esta matriz se puede obtener a partir de la distribución del desplazamiento dentro de un elemento asumida por el usuario y que se utiliza para definir el desplazamiento de cualquier punto del elemento a partir del desplazamiento de los puntos de referencia:

$$\{u\} = [N]\{u_i\}$$

Ecuación 3.15. Relación entre el desplazamiento de cualquier punto y el desplazamiento de los puntos de referencia.

A partir de la Ecuación 3.15 y aplicando la definición de la deformación a partir de los desplazamientos (véase la Ecuación 3.4 y la Ecuación 3.6):

$$\{\varepsilon\} = [L]\{u\} = [L][N]\{u_i\}$$

Ecuación 3.16. Desarrollo de la matriz deformación-desplazamiento.

Pero para llegar a utilizar estas últimas ecuaciones, antes habrá que resolver la Ecuación 3.12. Lo primero es construir la matriz de rigidez de términos lineales $[K]$ y el vector de cargas no lineales $\{P\}$. Posteriormente, para la resolución del sistema de ecuaciones propuesto en la Ecuación 3.12, lo más usual es aplicar el principio de los trabajos virtuales (PTV).

El **principio de trabajos virtuales** enuncia que dados unos desplazamientos virtuales infinitesimales $\{\delta u\}$ y, por tanto, unas deformaciones infinitesimales $\{\delta \varepsilon\}$ provocadas por un conjunto de fuerzas actuantes sobre un cuerpo; el trabajo realizado por dichas fuerzas, δW_a , es igual a la energía acumulada por la fuerzas internas del material, δW_s . Es decir:

$$\delta W_s = \delta W_a$$

Ecuación 3.17. Principio de trabajos virtuales.

El trabajo virtual realizado por las fuerzas aplicadas en un elemento (de volumen V_e), incluyendo las fuerzas generalizadas ejercidas por los desplazamientos de frontera es:

$$\delta W_a = \int_{V_e} \{\sigma\}^T \{\delta u\} dV + \{F_i\}^T \{\delta u_i\}$$

Ecuación 3.18. Trabajo virtual realizado por las fuerzas aplicadas en un elemento.

La energía almacenada en dicho elemento se puede expresar como:

$$\delta W_s = \int_{V_e} \{\sigma\}^T \{\delta \varepsilon\} dV$$

Ecuación 3.19. Energía almacenada en un elemento.

Igualando ambas expresiones:

$$\int_{V_e} \{\sigma\}^T \{\delta u\} dV + \{F_i\}^T \{\delta u_i\} = \int_{V_e} \{\sigma\}^T \{\delta \varepsilon\} dV$$

Ecuación 3.20.

Utilizando las relaciones expuestas en la Ecuación 3.14 y en la Ecuación 3.15, tenemos que:

$$\{\delta \varepsilon\} = [B] \{\delta u_i\}$$

Ecuación 3.21.

$$\{\delta u\} = [N] \{\delta u_i\}$$

Ecuación 3.22.

Y sustituyendo en la Ecuación 3.20:

$$\left[\int_{V_e} \{P\}^T [N] dV + \{F_i\}^T \right] \{\delta u_i\} = \left[\int_{V_e} \{\sigma\}^T [B] dV \right] \{\delta u_i\}$$

Ecuación 3.23.

Teniendo en cuenta que los términos del vector $\{\delta u_i\}$ son independientes, por lo que se han podido extraer de las integrales, y las propiedades de las matrices traspuestas:

$$\int_{V_e} [B]^T \{\sigma\} dV = \int_{V_e} [N]^T \{P\} dV + \{F_i\}$$

Ecuación 3.24. Desarrollo del principio de los trabajos virtuales.

Esta ecuación permite calcular las fuerzas generalizadas en los nodos $\{F_i\}$ a partir de la tensión $\{\sigma\}$ y de la fuerza por unidad de volumen aplicadas $\{P\}$. Además, esta relación es válida en el caso de matriz tensión-deformación tanto lineal como no lineal.

Retomando la Ecuación 3.9 y considerando sólo la parte lineal de la misma:

$$\int_{V_e} [B]^T \{\sigma\} dV = \int_{V_e} [B]^T [D] \{\varepsilon\} dV = [K_{ii}^e] \{u_i\}$$

Ecuación 3.25.

Donde:

$$[K_{ii}^e] \{u_i\} = \int_{V_e} [B]^T [D] [B] dV$$

Ecuación 3.26.

El vector de carga asociado a las cargas nodales se expresa:

$$\{P_i^e\} = \int_{V_e} [N]^T \{p\} dV$$

Ecuación 3.27. Vector de carga asociado a las cargas nodales.

Por lo que la Ecuación 3.24 se puede reescribir:

$$[K_{ii}^e] \{u_i\} = \{P_i^e\} + \{F_i^e\}$$

Ecuación 3.28.

Para concluir, se computa la Ecuación 3.28 a todos los elementos conectados a $\{u_i\}$, donde ha de cumplirse la condición de equilibrio de fuerzas:

$$\sum_e \{F_i^e\} = \{P_i^d\}$$

Ecuación 3.29. Equilibrio de fuerzas.

Donde $\{P_i^d\}$ es el vector de cargas aplicadas en $\{u_i\}$.

De este modo se construye el sistema de ecuaciones expresados en la Ecuación 3.11. La matriz $[K_{ii}^e]$ y el vector $\{P_i^e\}$ ya se definieron en la Ecuación 3.12 y Ecuación 3.13. Lo anterior es irrelevante si se mantiene separada la parte de $\{P_i\}$ que está aplicada a los elementos de la parte aplicada directamente a $\{u_i\}$. Si se considera que ambas partes están aplicadas directamente a $\{u_i\}$, la Ecuación 3.24 se expresará:

$$\int_{V_e} [B]^T \{\sigma\} dV = \{F_i\}$$

Ecuación 3.30.

Dicha ecuación es homogénea. En general, será conveniente separar las relaciones homogéneas de las no homogéneas, es decir, separar los cálculos de carga y de rigidez.

3.1.2 Métodos de integración

El conocimiento de las técnicas numéricas de resolución de un problema es muy importante para la interpretación de la solución así como de posibles resultados inesperados. En el caso concreto de los métodos de integración, es muy importante que éste sea el adecuado para el tipo de problema que se esté abordando.

La ecuación general del equilibrio dinámico a lo largo del tiempo se puede escribir como:

$$M \ddot{u} + C \dot{u} + K u = F(t)$$

Ecuación 3.31. Ecuación general del equilibrio dinámico.

Donde:

- M es la matriz de masa.
- C es la matriz de amortiguamiento.
- K es la matriz de rigidez.
- u , \dot{u} y \ddot{u} son la posición, velocidad y aceleración respectivamente de cada nodo.

Para la resolución de la Ecuación 3.31 a lo largo del tiempo de forma discreta, se utilizan dos métodos que se describen a continuación:

- Método implícito.
- Método explícito.

3.1.2.1 Método implícito

Este método se caracteriza por la necesidad de conocer información del instante $t + \Delta t$ para resolver la Ecuación 3.31 en ese mismo instante. El método implícito más extendido es el método de Newmark [51], que propone utilizar una versión del desarrollo de Taylor de tercer orden para obtener los desplazamientos y velocidades en el instante $t + \Delta t$:

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \Delta t \dot{u}_t + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{u}_t + \beta_T \Delta t^3 \ddot{u}_{t+\Delta t}$$

Ecuación 3.32. Desplazamientos para el método implícito.

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + \Delta t \ddot{u}_t + \gamma_T \Delta t^2 \ddot{u}_{t+\Delta t}$$

Ecuación 3.33. Velocidades para el método implícito.

Donde:

- β_T y γ_T son las constantes del desarrollo de Taylor.
- Δt es el paso temporal.

Dado el carácter implícito del método, es necesario asumir o precalcular un valor para la incógnita de tercer orden en el instante $t + \Delta t$. Newmark determina ese valor en función de incógnitas de segundo orden:

$$\ddot{u}_{t+\Delta t} = \frac{\dot{u}_{t+\Delta t} - \dot{u}_t}{\Delta t}$$

Ecuación 3.34. Incógnita de tercer orden.

Sustituyendo la Ecuación 3.34 en la Ecuación 3.32 y en la Ecuación 3.33 se obtienen las ecuaciones implícitas para los desplazamientos y las velocidades en el instante $t + \Delta t$:

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \Delta t \dot{u}_t + \frac{\Delta t^2}{2} (1 - 2\beta_T) \ddot{u}_t + \beta_T \Delta t^2 \ddot{u}_{t+\Delta t} = u_t^* + \beta_T \Delta t^2 \ddot{u}_{t+\Delta t}$$

Ecuación 3.35. Desplazamientos según Newmark.

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + (1 - \gamma_T) \Delta t \ddot{u}_t + \gamma_T \Delta t^2 \ddot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t^* + \gamma_T \Delta t^2 \ddot{u}_{t+\Delta t}$$

Ecuación 3.36. Velocidades según Newmark.

Donde u_t^* y \dot{u}_t^* se escogen por conveniencia.

El carácter implícito de este método se aprecia en la Ecuación 3.35 y en la Ecuación 3.36, ya que aparecen incógnitas referentes al instante $t + \Delta t$ a ambos lados de la

igualdad. Si los factores β_T y γ_T toman valor nulo, desaparecen los términos pertenecientes al instante $t + \Delta t$ de ese lado de la igualdad y la formulación de dichas ecuaciones pasa a ser explícita.

Según Hughes y otros (1975) [35], el método de integración presentado es incondicionalmente estable si:

$$2\beta_T \geq \gamma_T \geq \frac{1}{2}$$

Y condicionalmente estable si:

$$\begin{cases} \gamma_T \geq \frac{1}{2} \\ \beta_T \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$

Normalmente, a estas constantes se les asigna el valor:

$$\begin{cases} \gamma_T = \frac{1}{2} \\ \beta_T = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Con estos valores, este método de integración se conoce como método de la aceleración media. Sustituyendo la Ecuación 3.35, la Ecuación 3.36, los factores anteriores en la ecuación de equilibrio, Ecuación 3.33, se tiene que:

$$\left[M + \frac{1}{2}C\Delta t + \frac{1}{4}K\Delta t^2 \right] \ddot{u}_{t+\Delta t} = F_{t+\Delta t}^{ext} - C\dot{u}_t^* - Ku_t^*$$

Ecuación 3.37.

Y reescribiendo la Ecuación 3.37:

$$M^* \ddot{u}_{t+\Delta t} = F_{t+\Delta t}^{ext} - F^* = F_{t+\Delta t}^{residual}$$

Ecuación 3.38.

Como se puede observar, las aceleraciones en el instante $t + \Delta t$ se pueden hallar resolviendo este sistema de ecuaciones. Para ello, el método iterativo más usado es el de Newton-Raphson. Las velocidades y desplazamientos en el instante $t + \Delta t$ se obtienen mediante las ecuaciones de Newmark expuestas.

Para cada paso temporal, el sistema de ecuaciones debe ser resuelto. Esto implica un elevado consumo de tiempo cálculo aunque, como ventaja, este proceso de cálculo posee una estabilidad incondicional si se escogen unos valores adecuados para β_T y γ_T .

3.1.2.2 Método explícito

Este método se caracteriza por aplicar la ecuación general del equilibrio dinámico en el instante actual t para predecir una solución en el instante $t + \Delta t$. En concreto, con la resolución de la ecuación de equilibrio en el instante t se determina la aceleración en el comienzo del incremento (incremento Δt comprendido entre t y $t + \Delta t$) y que se considera constante a lo largo de dicho incremento. La aceleración en el instante $t + \Delta t$ se expresa:

$$\ddot{u}_{t+\Delta t} = M^{-1} F_t^{res}$$

Ecuación 3.39. Aceleración estimada en el incremento.

Para las velocidades y desplazamientos:

$$\dot{u}_{t+\Delta t} = \dot{u}_t + \ddot{u}_t \Delta t$$

Ecuación 3.40. Velocidad estimada en el incremento.

$$u_{t+\Delta t} = u_t + \dot{u}_{t+\Delta t} \Delta t$$

Ecuación 3.41. Desplazamiento estimado en el desplazamiento.

La gran **desventaja** de los métodos explícitos frente a los implícitos es la ausencia de estabilidad incondicional. Por esta razón, en los métodos explícitos se debe escoger un paso temporal menor que el período natural más pequeño de la malla, es decir, el paso temporal ha de ser menor que el tiempo que necesita una onda para atravesar el elemento más pequeño de la malla.

La **ventaja** de un método explícito es su menor tiempo de integración (hasta cien veces menor), aunque, por supuesto, su estabilidad no está garantizada. La razón de esta mayor rapidez es que no se requiere proceso iterativo para calcularse los valores en el instante $t + \Delta t$, calculándose éstos directamente. Los métodos explícitos presentan una considerable ventaja si se requiere que el tiempo de integración de la solución por el método sea muy pequeño por alguna razón. Los procesos de impacto representan el caso más evidente de la idoneidad para el uso de métodos explícitos: los gradientes de tensión y de deformación a lo largo del tiempo requieren que el tiempo de integración necesario para la obtención de una solución precisa sea especialmente pequeño.

3.2 Abaqus

Abaqus es uno de los numerosos paquetes informáticos dedicados al análisis mediante elementos finitos. Es desarrollado por SIMULIA, empresa propiedad de Dassault Systèmes S.A.

Abaqus constituye una suite integrada de tres programas principales:

- Abaqus/CAE: es el entorno informático gráfico que proporciona Abaqus para el diseño (preproceso) y visualización de resultados (postproceso) del problema objeto de estudio.

- Abaqus/Standard: es un solucionador de propósito general usado para el cálculo de problemas de elementos finitos mediante métodos implícitos.
- Abaqus/Explicit: es un solucionador de propósito más específico usado para el cálculo de problemas transitorios, dinámicos o cuasiestáticos, no lineales de elementos finitos mediante métodos explícitos.

Abaqus está presente en todos los sectores industriales, siendo lo más relevantes el automovilístico, el aerospacial y el de productos industriales. Además, Abaqus goza de gran popularidad en el ámbito académico e investigador debido a su amplia biblioteca de modelos numéricos para materiales y a la buena capacidad de adaptación del programa a las diferentes necesidades que genera cada análisis. También son valoradas sus capacidades multifísicas, es decir, de aunar en un mismo problema fenómenos muy dispares tales como piezoeléctricos, acústico-estructurales o magnéticos. Dichas capacidades son atractivas para el uso de Abaqus en simulaciones a nivel de producción industrial, en las que se requiere la convergencia de muchos procesos. En un principio, Abaqus fue enfocado al estudio de problemas físicos no lineales, por lo que además cuenta con gran cantidad de modelos de materiales.

En el caso concreto de los materiales celulares, cuenta con dos modelos numéricos para ellos, en concreto, para espumas (uno para integración implícita y otro para explícita). Estos modelos serán descritos en el apartado 4.

La **versión** empleada es la Abaqus 6.7.

4 MODELO NUMÉRICO

En este apartado se exponen los modelos numéricos presentes en **Abaqus 6.7** que se emplearán en las simulaciones así como un resumen general del trabajo existente hasta la fecha en el campo de los códigos numéricos aplicado a las espumas metálicas.

4.1 Introducción

Los materiales celulares y, en concreto, las espumas metálicas presentan un comportamiento mecánico bastante peculiar, como ya se expuso en el Apartado 2.2.1.

Debido al complejo entramado de celdas que poseen las espumas, no se persigue plasmar dicha geometría en el código de elementos finitos para resolver el problema estructural aplicando los modelos numéricos tradicionales existentes para metales, como es el caso de los trabajos realizados por Kim y otros (2006) [40] o Meguid y otros (2002) [44]. Lo que se persigue es poder asignar propiedades macroscópicas de espuma metálica a elementos finitos. En otras palabras, que el elemento finito no forme parte de una celda, sino que el elemento finito represente o contenga en su interior un gran número de celdas.

Esta idea ha inducido la creación de nuevos modelos numéricos similares a los tradicionales códigos para metales pero incluyendo las particulares propiedades de las espumas metálicas que se resumen a continuación.

Las espumas metálicas poseen una **curva tensión-deformación característica**, como se vio en el Apartado 2.2.1. Su comportamiento es diferente a tracción y a compresión, por ejemplo la tensión de plastificación a compresión es sustancialmente mayor que a tracción. Aunque las espumas no suelen someterse a tracción en sus aplicaciones; si fuese así, esta característica debería reflejarse en el modelo numérico para el estudio de dicha aplicación. También, debido a su cuerpo cavernoso, es capaz de experimentar grandes deformaciones plásticas del orden del 70%. Por ello, se hace absolutamente necesario el uso de deformaciones reales para todos los cálculos.

Presentan una gran **fragilidad frente a esfuerzos de tracción y cortantes** (Du Bois, 1996); por lo que puede ser necesaria la implementación de algún tipo de criterio de fractura.

Esos espacios libres también le confieren la capacidad de **plastificar bajo tensión hidrostática**, cosa que no ocurre en los metales, que mantienen el volumen durante la deformación plástica. En el caso de las espumas, este cambio de volumen durante la plastificación se debe al fallo (pandeo) y colapso de las paredes de las celdas. Por tanto, se hace imprescindible que el modelo numérico contemple la plastificación bajo tensión hidrostática y, por tanto, concambio de volumen.

Los procesos de fabricación disponibles no garantizan una homogeneidad en el tamaño de las celdas que, como ya se puntualizó en el Apartado 2.2.1.5, redunda en una **variación espacial de la densidad relativa** y, por tanto, de las propiedades mecánicas de la espuma. Finalmente, esta variación de propiedades redunda en una disminución de la eficiencia en la absorción de energía de la espuma [13]. Esta falta de homogeneidad debe tenerse en cuenta de forma estadística en el modelo numérico, a no ser que se

considere que todos los elementos finitos implicados en el problema poseen un tamaño de celda idéntico. Para representar esta variación:

- Daxner y otros (1999) [19] y Gradinger y Rammerstoffer (1999) [30] optaron por modelos basados en masas concentradas unidas por muelles.
- Meguid y otros (2002) [44] han construido modelos 3D de las espumas con elementos planos (“shell”) variando el espesor de éstos estadísticamente.

4.2 Trabajo existente

No es muy abundante el trabajo realizado en el campo de los modelos constitutivos de las espumas metálicas aunque son varios los modelos disponibles en la bibliografía existente. Algunos no se encuentran implementados en ningún paquete de elementos finitos, por lo que se hace necesaria la confección de una subrutina.

Los modelos encontrados en la bibliografía disponible son los desarrollados en las siguientes publicaciones y programas de elementos finitos:

- Schreyer y otros (1994) [58].
- Ehlers (1999) [22 y 23].
- Deshpande y Fleck (2000) [21].
- Miller (2000) [47].
- Ruan y otros (2006) [56].
- Modelos para espumas compactables de Abaqus [1, 2 y 3].
- Modelos 26, 63, 75 y 126 de la librería de LS-DYNA [32].

Cada modelo numérico puede ser valorado según varios aspectos: sencillez (se verá reflejada en bajos tiempos de CPU), precisión (semejanza con la realidad), compromiso sencillez/precisión, dificultad de calibración (número de parámetros para definir el material),... Autores como Hanssen y otros (2002) [33] han sometido a estudio a varios modelos y en sus valoraciones advirtieron de que todos los modelos no reproducían adecuadamente alguna de las pruebas de verificación por diversas razones.

4.3 Modelos numéricos empleados

Los modelos sometidos a estudio en este proyecto han sido los dos disponibles en el paquete informático Abaqus 6.7 [1]:

- Modelo basado en **endurecimiento volumétrico**.
- Modelo basado en **endurecimiento isotrópico**.

Estos dos modelos numéricos están directamente derivados del modelo constitutivo isotrópico y autosemejante para espumas metálicas propuesto por Deshpande y Fleck (2000) [21]. Aun así, los detalles sobre cada modelo aportados por Abaqus son más bien escasos.

Ambos se encuentran disponibles en Abaqus/Standard y Abaqus/Explicit desde la **versión Abaqus 6.7**. En versiones anteriores, el modelo basado en endurecimiento isotrópico sólo está disponible en Abaqus/Standard. También se dan una serie de indicaciones en dicha documentación [1]:

- Los **materiales** para lo que se han desarrollado estos modelos son espumas aplastables o compactables (del inglés “crushable”), especialmente espumas metálicas, u otros materiales similares a las espumas tales como la madera de balsa.
- Estos modelos están indicados para modelizar espumas en problemas de **alta absorción de energía ligados a grandes deformaciones plásticas**.
- Es posible, mediante el modelo de endurecimiento volumétrico (consúltese el Apartado 4.3.1), **reflejar la diferencia de comportamiento a tracción y a compresión** de las espumas metálicas (consúltese el Apartado 2.2.1.1 y el Apartado 2.2.1.2).
- La **zona elástica lineal del material ha de definirse aparte**. Sólo es posible aplicar elasticidad isotrópica perteneciente al modelo de comportamiento elástico lineal existente en Abaqus [1, apartado 18.3.5].
- El **criterio de plastificación y el endurecimiento plástico** están definidos dentro de cada uno de los dos modelos existentes. En ambos modelos, la superficie de plastificación forma un círculo de Von Mises en el plano de tensión desviadora y una elipse en el plano formado por los ejes tensión hidrostática y tensión equivalente o de Von Mises.
- Ambos modelos contemplan la posibilidad de definir el **efecto de endurecimiento por velocidad de deformación**.
- Los modelos pretenden simular el comportamiento de estos materiales frente a **cargas monótonas**.

Se puede decir previamente que el criterio de plastificación del modelo de endurecimiento volumétrico es más avanzado que el del modelo de endurecimiento isotrópico por permitir diferenciación en el comportamiento tracción/compresión; pero, a su vez, el potencial del flujo definido en el modelo de endurecimiento volumétrico es menos preciso o avanzado que el presentado en el modelo de endurecimiento isotrópico por presuponer que las deformaciones plásticas en una dirección no afecta a las dos direcciones perpendiculares, es decir, por considerar un factor de Poisson plástico nulo.

4.3.1 Endurecimiento volumétrico

Este modelo parece haber sido desarrollado por Abaqus y está motivado por las observaciones experimentales sobre estructuras porosas que muestran una respuesta diferente a tracción y a compresión. Además, se basa en los estudios realizados por Gibson y otros (1982) [27], Gibson y Ashby (1982) [28] y Maiti y otros (1984) [42], que muestran la capacidad de estos materiales para deformarse volumétricamente gracias al pandeo de las paredes de las celdas.

Se caracteriza por:

- Un criterio de plastificación dependiente de la tensión equivalente de Von Mises y la tensión hidrostática con comportamiento no simétrico tracción-compresión.

- La evolución de la superficie de plastificación toma como punto fijo de referencia la tensión hidrostática a tracción de plastificación y está gobernada por la tensión hidrostática a compresión de plastificación.
- Un endurecimiento en la zona plástica gobernado por la deformación volumétrica plástica a compresión.

4.3.1.1 Zona elástica

La zona elástica del material ha de definirse aparte del modelo plástico elegido [1, Apartado 18.3.5]. Sólo es posible elegir una elasticidad lineal e isotrópica en combinación con alguno de los dos modelos existentes para la zona plástica de espumas.

Abaqus permite que las propiedades plásticas dependan de la temperatura y otras variables definidas por el usuario.

La zona elástica posee poca importancia respecto a la zona plástica por lo pequeña que es la primera zona comparada con la segunda.

4.3.1.2 Criterio de plastificación

La superficie de plastificación en el plano formado por los ejes tensión hidrostática y tensión equivalente de Von Mises está definida por una elipse que no está centrada en el origen de coordenadas y evoluciona de forma autosemejante al producirse endurecimiento por deformación plástica. Por todo ello, el material no posee el mismo comportamiento a tracción y a compresión.

La **función y condición de no plastificación** se expresan a continuación:

$$F = \sqrt{\sigma_e^2 + \alpha^2 (\sigma_m - p_0)^2} - B \leq 0$$

Ecuación 4.1. Criterio de plastificación del modelo de endurecimiento volumétrico.

Donde:

- F es la función de plastificación (si es positiva, hay plastificación)
- σ_e es la tensión equivalente de Von Mises clásica.
- σ_m es la tensión media o hidrostática.
- α es el factor de forma que define la geometría de la elipse de plastificación (consúltese el Apartado 4.3.1.6).
- p_0 define el centro de la elipse de plastificación en el eje horizontal.
- B es el tamaño del semieje vertical de la elipse de plastificación.

La elipse de plastificación tendrá estas características:

- Centrada en el punto $(p_0, 0)$.

- Con un tamaño de semiejes A (semieje horizontal) y B (semieje vertical).

La diferenciación tracción-compresión en la plastificación de la espuma es gobernada por la tensión media o hidrostática (σ_m), representada en el eje horizontal (véase la Figura 2.42).

La **tensión equivalente de Von Mises** se define según el convenio de Einstein¹ como:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}}$$

Ecuación 4.2. Tensión equivalente de Von Mises.

Donde σ'_{ij} es cada una de las tensiones de tensor de tensiones desviadoras.

La **tensión media o hidrostática** se define como:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{kk}}{3}$$

Ecuación 4.3. Tensión hidrostática.

Donde σ_{kk} es cada una de las tensiones de la diagonal del tensor de tensiones.

El **punto medio de la elipse de plastificación** se define:

$$p_0 = \frac{p_c + p_t}{2}$$

Ecuación 4.4. Punto medio de la superficie de plastificación.

Donde:

- p_c es la tensión hidrostática a compresión de plastificación.
- p_t es la tensión hidrostática a tracción de plastificación (se supone invariable, consultar Apartado 4.3.1.4).

El **tamaño del semieje horizontal** de la elipse de plastificación es:

$$A = \frac{p_c - p_t}{2}$$

Ecuación 4.5. Tamaño del semieje horizontal.

El **tamaño del semieje vertical** de la elipse de plastificación es:

¹ Convenio de Einstein: $\sum_{i=1}^n c_i x_i \equiv c_i x_i$.

$$B = \alpha \frac{p_c - p_t}{2}$$

Ecuación 4.6. Tamaño del semieje vertical.

El **factor de forma** representa la relación entre el tamaño de los semiejes de la elipse de plastificación:

$$\alpha = \frac{B}{A}$$

Ecuación 4.7. Factor de forma, relación entre semiejes de la elipse de plastificación.

Si se desarrolla el tamaño de los semiejes en función de los valores iniciales de la tensión hidrostática de plastificación a compresión y a tracción (p_c^0 y p_t) y tensión a compresión uniaxial de plastificación (σ_c^0), el citado factor de forma también se puede expresar en función de parámetros:

$$\alpha = \frac{3k}{\sqrt{(3k_t + k)(3 - k)}}$$

Ecuación 4.8. Factor de forma.

Siendo:

$$k = \frac{\sigma_c^0}{p_c^0}$$

Ecuación 4.9. Relación de tensiones de plastificación a compresión.

$$k_t = \frac{p_t}{p_c^0}$$

Ecuación 4.10. Relación de tensiones de plastificación hidrostáticas.

Donde:

- k es la relación de tensiones de plastificación a compresión.
- k_t es la relación de tensiones de plastificación hidrostáticas.
- σ_c^0 es la tensión a compresión uniaxial de plastificación inicial.
- p_c^0 es la tensión a compresión hidrostática de plastificación inicial.
- p_t es la tensión hidrostática a tracción de plastificación (se supone invariable).

Tal como se ha definido el factor de forma α en la Ecuación 4.7, sólo tiene sentido matemático que éste sea positivo. Ahora, analizando la Ecuación 4.8, se obtiene que $0 < k < 3$ y, por consiguiente, $k_t \geq 0$. El factor de forma (α) permanece constante a lo largo de la vida de la espuma.

La superficie de plastificación presenta el siguiente aspecto en función de los valores del factor de forma aplicado:

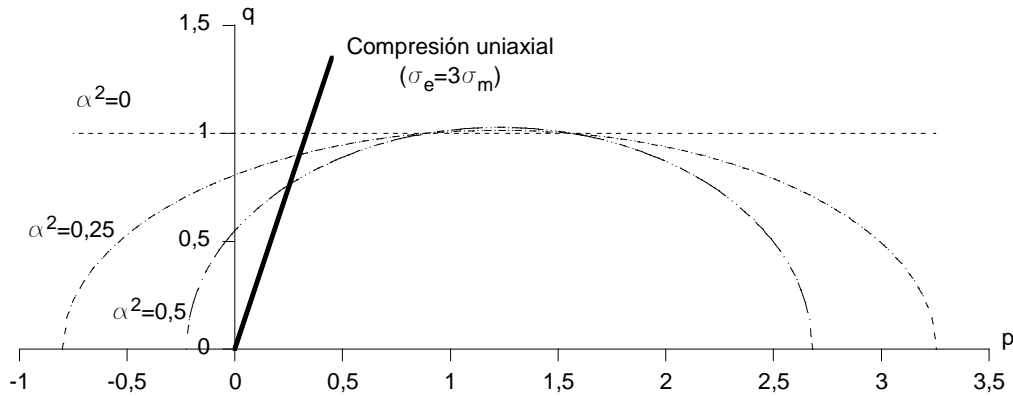


Figura 4.1. Superficies de plastificación resultantes del criterio de plastificación del modelo de endurecimiento volumétrico.

De la Figura 4.1, se pueden sacar las siguientes conclusiones acerca del modelo:

- Si $\alpha = 0$, la espuma se comportaría como un sólido plástico normal, es decir, no plastificaría bajo tensión hidrostática.
- Si $\alpha \rightarrow \infty$, la espuma plastificaría únicamente bajo tensión hidrostática.
- A medida que el factor de forma α aumenta de valor, la plastificación se vuelve más sensible a la tensión hidrostática y menos a la equivalente, es decir, el comportamiento de espuma es más acentuado.

El criterio de plastificación también se puede expresar de forma más intuitiva, en función de la tensión equivalente:

$$\phi = \hat{\sigma} - Y \leq 0$$

Ecuación 4.11. Criterio de plastificación en función de la tensión equivalente.

Donde:

- $\hat{\sigma}$ es la tensión equivalente.
- Y es la tensión de plastificación.

A diferencia de la tensión equivalente de Von Mises, para tener en cuenta la tensión hidrostática, la **tensión equivalente** ha adoptado la siguiente forma:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sigma_e^2 + \alpha^2 (\sigma_m - p_0)^2}{1 + (\alpha/3)^2}}$$

Ecuación 4.12. Tensión equivalente.

La **tensión de plastificación** se define como la tensión equivalente a la que plastifica el material. Se podrá expresar en función de:

- La tensión a compresión hidrostática de plastificación (p_c):

$$Y = \frac{\alpha(p_c - p_0)}{\sqrt{1 + (\alpha/3)^2}}$$

Ecuación 4.13. Tensión de plastificación en función de la tensión a compresión hidrostática.

- La tensión a compresión uniaxial de plastificación (σ_c):

$$Y = \sqrt{\frac{\sigma_c^2 + \alpha^2 (\sigma_c/3 - p_0)^2}{1 + (\alpha/3)^2}}$$

Ecuación 4.14. Tensión de plastificación en función de la tensión a compresión uniaxial.

4.3.1.3 Zona plástica: potencial de flujo y deformación plástica

El **potencial de flujo** (G) se define en este modelo:

$$G = \sqrt{q^2 + \frac{9}{2} p^2}$$

Ecuación 4.15. Potencial de flujo del modelo de endurecimiento volumétrico.

Por lo tanto, el potencial de flujo genera elipses equipotenciales centradas en el origen en el plano formado por la tensión hidrostática (eje horizontal) y la tensión equivalente de Von Mises (eje vertical). Además, se deduce que existirá flujo plástico debido a tensión hidrostática, a diferencia de los metales compactos.

El vector **velocidad de deformación plástica** se obtiene en este modelo a través de la relación vectorial:

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{pl} = \dot{\bar{\epsilon}}^{pl} \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad \text{ó} \quad \dot{\epsilon}_{ij}^{pl} = \dot{\bar{\epsilon}}^{pl} \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}}$$

Ecuación 4.16. Vector velocidad de deformación plástica.

Donde:

- $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{pl}$ es el vector velocidad de deformación plástica.
- $\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}$ es la velocidad de deformación plástica equivalente.
- $\boldsymbol{\sigma}$ es el vector tensión.

Por tanto, a partir de la Ecuación 4.16 se puede llegar a la siguiente expresión para la velocidad de deformación plástica equivalente:

$$\dot{\bar{\epsilon}}^{pl} = \frac{\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{pl}}{G}$$

Ecuación 4.17. Velocidad de deformación plástica equivalente.

A partir de la Ecuación 4.16, en compresión uniaxial, la velocidad de deformación plástica equivalente se puede expresar en función de la velocidad de deformación plástica axial (en la dirección de la compresión, $\dot{\varepsilon}_{axial}^{pl}$) así:

$$\left. \begin{array}{l} p = \sigma_c / 3 \\ q = \sigma_c \end{array} \right\} \Rightarrow G = \sqrt{\frac{3}{2}} \sigma_c \Rightarrow \dot{\varepsilon}^{pl} = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\varepsilon}_{axial}^{pl}$$

Ecuación 4.18. Flujo plástico en compresión uniaxial.

El potencial de flujo definido en la Ecuación 4.15 proporciona una dirección de flujo plástico idéntica a la dirección en la que se ejerce la tensión para procesos tensionales que describan una trayectoria radial en el plano formado por los ejes tensión hidrostática y tensión equivalente de Von Mises. Se ha llegado a esta conclusión tras la observación de experimentos de laboratorio en los que las cargas aplicadas en cualquier dirección principal causa deformaciones despreciables en cualquiera de las otras [3]. Las conclusiones de estas consideraciones son:

$$\nu^{pl} = 0 \Leftrightarrow \varepsilon_{axial}^{pl} = \varepsilon_{vol}^{pl}$$

Ecuación 4.19. Relación entre deformaciones en compresión uniaxial.

Donde:

- ν^{pl} es el factor de Poisson plástico.
- ε_{vol}^{pl} es la deformación plástica volumétrica.

Como cualquier deformación volumétrica, éste se define en notación de Einstein:

$$\varepsilon_{vol}^{pl} = \varepsilon_{kk}^{pl}$$

Ecuación 4.20. Deformación plástica volumétrica.

Falta algo de lo de nonassociated (referencia).

4.3.1.4 Zona plástica: endurecimiento por deformación plástica

En este modelo se define un endurecimiento volumétrico, que está gobernado por la deformación plástica volumétrica acumulada [3].

Como se aprecia en la Figura 4.2, cualquier elipse de plastificación perteneciente a este modelo se caracteriza por:

- Intersecta con el eje horizontal (eje que representa la tensión hidrostática) en dos puntos: tensión a tracción hidrostática de plastificación (p_t), que permanece constante, y tensión a compresión hidrostática de plastificación (p_c), que va evolucionando a lo largo del proceso de endurecimiento por deformación plástica.
- Evoluciona de forma autosemejante con un factor de forma (α) constante.

Por tanto, tomando como referencia el punto perteneciente a la tensión hidrostática de plastificación a tracción (p_t), se puede describir la evolución de la elipse definiendo el tamaño del semieje horizontal de la misma (expresado en la Ecuación 4.5) en función de la deformación plástica volumétrica de compactación acumulada ($-\varepsilon_{vol}^{pl}$).

Pero, para mayor comodidad, el tamaño del semieje horizontal puede definirse a partir de la tensión hidrostática de plastificación a compresión (p_c) que, a su vez, puede relacionarse con la tensión a compresión uniaxial de plastificación (σ_c) de un ensayo de compresión uniaxial mediante la siguiente relación:

$$p_c = \sigma_c \frac{\sigma_c (1/\alpha^2 + 1/9) + p_t/3}{p_t + \sigma_c/3}$$

Ecuación 4.21. Relación entre tensión de plastificación a compresión hidrostática y tensión de plastificación a compresión uniaxial en una elipse de plastificación del modelo volumétrico.

Además, se puede utilizar la deformación plástica axial (ε_{axial}^{pl}) del ensayo de compresión uniaxial gracias a que coincide con la deformación plástica volumétrica (ε_{vol}^{pl}) de compactación acumulada en este tipo de ensayos para este modelo, como se expone en Ecuación 4.20.

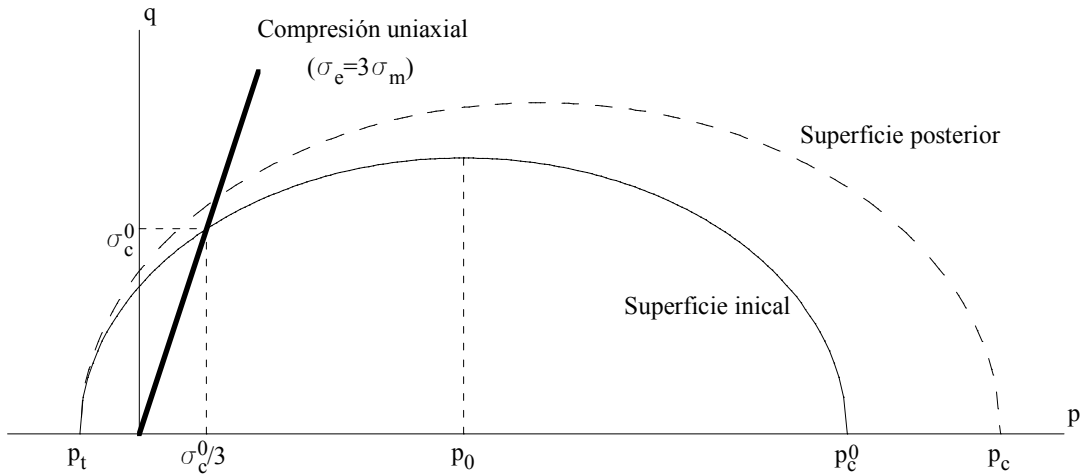


Figura 4.2. Evolución de la superficie de plastificación en el modelo de endurecimiento volumétrico.

Por tanto, Abaqus propone un modelo de endurecimiento definido a trozos mediante pares de coordenadas de un ensayo de compresión uniaxial [1]. Cada par de coordenadas está compuesto por:

- Tensión en dirección de la compresión (σ_c).
- Deformación plástica axial en dirección de la compresión ($-\varepsilon_{axial}^{pl}$).

La primera entrada de valor de deformación plástica acumulada, evidentemente, ha de ser cero. Además, si la deformación plástica acumulada supera el máximo valor introducido por el usuario, se extrapolará linealmente a partir del último dato para obtener el valor requerido de endurecimiento.

Es aquí, en el apartado de endurecimiento por deformación plástica, donde Abaqus (referencia) simplifica en gran medida los modelos propuestos por Deshpande y Fleck (2000) [21] o Hanssen y otros (2002) [33]. Estas diferencias se desarrollan en el Apartado 4.3.4 de este documento. En cualquier caso, según se vaya produciendo el endurecimiento del material, la superficie de plastificación crecerá de modo autosemejante como se puede observar en la Figura 4.2.

4.3.1.5 Endurecimiento por velocidad de deformación

Abaqus permite la definición de un endurecimiento en la zona plástica debido a la velocidad de deformación. Según Abaqus [1], este fenómeno puede llegar a ser relevante para velocidades de deformación en el rango de 0,1-1 por segundo y puede llegar a ser determinante en el rango de 10-100 por segundo, típico en los procesos dinámicos de deformación de alta energía.

Este endurecimiento se puede definir mediante dos métodos aplicables tanto en procesos dinámicos como estáticos [3]. Ambos métodos consideran que las curvas de tensión-deformación plástica se desarrollan de forma análoga a la curva tensión-deformación plástica sin endurecimiento por velocidad de deformación. Por tanto, para la obtención de una curva tensión-deformación plástica para una determinada velocidad de deformación a partir de la curva para velocidad de deformación nula, sólo es necesario un dato: la relación entre tensiones de ambas curvas para una deformación dada.

Ley de endurecimiento de Cowper-Symonds:

La ley de endurecimiento de Cowper-Symonds se expresa matemáticamente:

$$\dot{\varepsilon}^{pl} = D(R-1)^n$$

Ecuación 4.22. Ley de endurecimiento por velocidad de deformación de Cowper-Symonds.

Siendo:

$$R = \frac{\bar{B}}{B} \geq 1$$

Ecuación 4.23. Relación de semiejes para la ley de Cowper-Symonds.

Donde:

- $\dot{\varepsilon}^{pl}$ es la velocidad de deformación plástica equivalente.
- D y n son constantes dependientes del material, que pueden ser definidas a su vez como dependientes de la temperatura y otros factores.
- B es el tamaño del semieje vertical de la elipse de plastificación inicial definido en la Ecuación 4.6.
- \bar{B} es el tamaño del semieje vertical de la elipse de plastificación para una deformación plástica dada y para una velocidad de deformación no nula.

La relación de semiejes se puede reescribir:

$$R = 1 + (r - 1) \frac{3k_t + r(k + k_t(3 - k))}{(1 + k_t)(3k_t + rk)}$$

Ecuación 4.24. Relación de semiejes.

Siendo:

$$r = \frac{\bar{\sigma}_c}{\sigma_c} \geq 1$$

Ecuación 4.25. Relación de tensiones de plastificación a compresión para la ley de Cowper-Symonds.

Donde:

- σ_c es la tensión de compresión uniaxial para una deformación plástica dada y para una velocidad de deformación nula.
- $\bar{\sigma}_c$ es la tensión de compresión uniaxial para una deformación plástica dada y para una velocidad de deformación no nula.

La Ecuación 4.22 se puede reescribir tomando logaritmos como una relación lineal en escala logarítmica:

$$\ln(R - 1) = \frac{1}{n} \ln \dot{\varepsilon}^{pl} - \frac{1}{n} \ln D$$

Ecuación 4.26. Ley de Cowper-Symonds en logaritmos.

Para el ajuste de esta ecuación, es necesario conocer previamente:

- Constantes del material k y k_t .
- Un dato de tensión con velocidad de deformación cero y dos de tensión con velocidad distinta de cero (σ_c y $\bar{\sigma}_c$) para la misma deformación acumulada.

Ley de endurecimiento definida a trozos:

Si se prefiere o la ley de endurecimiento no se adapta a la ecuación logarítmica lineal expuesta en la Ecuación 4.26, se puede definir la ley de endurecimiento a trozos a partir de un ensayo de compresión uniaxial introduciendo pares de coordenadas:

- Relación de tensiones de plastificación a compresión (r , consúltase la Ecuación 4.25).
- Velocidad de deformación plástica equivalente ($\dot{\varepsilon}^{pl}$).

Adicionalmente, también es posible añadir información de la temperatura.

4.3.1.6 Calibración

A modo de resumen y hoja de ruta, es necesario para calibrar el modelo de endurecimiento volumétrico:

Zona elástica

Los datos requeridos son:

- Módulo de Young (E , “Young’s modulus”): se obtiene de la pendiente de la zona elástica del ensayo de compresión uniaxial.
- Coeficiente de Poisson (ν , “Poisson’s ratio”): como se muestra en la Tabla 2.2, el módulo de Poisson es muy similar en todas las espumas [8], por lo que se preestablecerá un valor determinado.

Criterio de plastificación

Los datos requeridos son:

- Relación de tensiones de plastificación a compresión (k , “compression yield stress ratio”), definida en la Ecuación 4.9.
- Relación de tensiones de plastificación hidrostáticas (k_t , “hydrostatic yield stress ratio”), definida en la Ecuación 4.10.

Para su obtención, se necesita conocer:

- Tensión a compresión uniaxial de plastificación inicial (σ_c^0).
- Tensión a compresión hidrostática de plastificación inicial (p_c^0).
- Tensión a tracción hidrostática de plastificación (p_t).

Abaqus [3] propone que, debido a la dificultad para determinar la tensión exacta del inicio de la plastificación, se tomen las tensiones de meseta del ensayo de compresión uniaxial e hidrostática como las verdaderas tensión a compresión uniaxial de plastificación inicial (σ_c^0) y tensión a compresión hidrostática de plastificación inicial (p_c^0) respectivamente.

Debido a que este tipo de materiales no se suele ensayar a tracción hidrostática, Abaqus aconseja que la tensión a tracción hidrostática de plastificación (p_t) se obtenga a partir de la tensión a compresión hidrostática de plastificación inicial (p_c^0):

$$0,05 p_c^0 \leq p_t \leq 0,1 p_c^0 \Rightarrow 0,05 \leq k_t \leq 0,1$$

Ecuación 4.27. Tensión a tracción hidrostática de plastificación.

El valor de la tensión a tracción hidrostática de plastificación, según Abaqus [3], no afectará en exceso al resultado de la simulación, a no ser que el material sea sometido a tracción hidrostática.

Del mismo modo, con el fin de no utilizar la tensión hidropática a tracción de plastificación (p_t), se podría definir la elipse de plastificación a partir de otra terna de puntos sustituyendo ese:

- Tensión a compresión uniaxial de plastificación inicial (σ_c^0).
- Tensión a compresión hidrostática de plastificación inicial (p_c^0).
- Tensión a tracción uniaxial de plastificación inicial (σ_t^0), *a priori* más común y sencillo de obtener.

Endurecimiento plástico por deformación

Los datos requeridos son pares de coordenadas compuestos por:

- Tensión en dirección de la compresión (σ_c , “yield stress”).
- Deformación plástica axial en dirección de la compresión ($-\varepsilon_{axial}^{pl}$, “uniaxial plastic strain”).

Estos pares se extraen de un ensayo de compresión uniaxial. El primer par corresponde a deformación plástica axial nula ligada a la tensión a compresión uniaxial de plastificación inicial (σ_c^0).

Endurecimiento por velocidad de deformación

Si se utiliza una **ley de endurecimiento de Cowper-Symonds** (power law), se requiere:

- La constante de proporcionalidad de la ley de endurecimiento (D , “multiplier”) expuesta en la Ecuación 4.22.
- El exponente de la ley de endurecimiento (n , “exponent”) expuesta en la Ecuación 4.22.

Serán necesarios dos puntos para el ajuste de dicha ecuación y los pasos son los siguientes:

- Calcular los valores de la relación de semiejes (R , consúltase la Ecuación 4.24) a partir de la relación de tensiones de plastificación (r , consúltase la Ecuación 4.25).
- Calcular los valores de la velocidad de deformación plástica equivalente ($\dot{\varepsilon}^{pl}$) a partir de la velocidad de deformación plástica axial ($\dot{\varepsilon}_{axial}^{pl}$) en un ensayo de compresión uniaxial (consúltase la Ecuación 4.18).
- Ajustar los parámetros D y n de la Ecuación 4.22, a partir de los datos representados en escalas logarítmicas.

Si se utiliza una **ley de endurecimiento definida a trozos** (tabular input of yield ratio), se requiere:

- Relación de tensiones (r , “yield stress ratio”) expresada en la Ecuación 4.25.

- Velocidad de deformación plástica equivalente ($\dot{\epsilon}^{pl}$, “equivalent plastic strain rate”).

También se obtiene el valor de la velocidad de deformación plástica equivalente ($\dot{\epsilon}^{pl}$) a partir de la velocidad de deformación plástica axial ($\dot{\epsilon}_{axial}^{pl}$) en un ensayo de compresión uniaxial (consúltese la Ecuación 4.18).

4.3.2 Endurecimiento isotrópico

Está basado en el modelo específico para espumas metálicas presentado por Deshpande y Fleck (2000) [21]. Se trata de un modelo idéntico, excepto ciertas simplificaciones que se comentarán más adelante (consúltese el Apartado 4.3.3). No obstante, la notación y expresión de la formulación del documento de Deshpande y Fleck (2000) [21] y Abaqus [1] presenta grandes diferencias.

Se caracteriza por:

- Un criterio de plastificación dependiente de la tensión equivalente de Von Mises y la tensión hidrostática con comportamiento simétrico tracción-compresión.
- La evolución de la superficie de plastificación toma como punto fijo de referencia el origen de coordenadas y está gobernada por la tensión hidrostática a compresión de plastificación.
- Un endurecimiento en la zona plástica gobernado por la deformación plástica equivalente acumulada.

4.3.2.1 Zona elástica

La zona elástica del material ha de definirse aparte del modelo plástico elegido [1, Apartado 18.3.5]. Sólo es posible elegir una elasticidad lineal e isotrópica en combinación con alguno de los dos modelos existentes para la zona plástica de espumas.

Abaqus permite que las propiedades plásticas dependan de la temperatura y otras variables definidas por el usuario.

La zona elástica posee poca importancia respecto a la zona plástica por lo pequeña que es la primera zona comparada con la segunda.

4.3.2.2 Criterio de plastificación

La superficie de plastificación en el plano formado por los ejes tensión hidrostática y tensión equivalente de Von Mises está definida por una elipse centrada en el origen de coordenadas y evoluciona de forma autosemejante al producirse endurecimiento por deformación plástica. Por todo ello, el material posee el mismo comportamiento a tracción y compresión.

La **función y condición de no plastificación** se expresan a continuación:

$$F = \sqrt{\sigma_e^2 + \alpha^2 \sigma_m^2} - B \leq 0$$

Ecuación 4.28. Criterio de plastificación del modelo de endurecimiento isotrópico.

Donde:

- F es la función de plastificación (si es positiva, hay plastificación).
- σ_e es la tensión equivalente de Von Mises clásica.
- σ_m es la tensión media o hidrostática.
- α es el factor de forma que define la geometría de la elipse de plastificación (consúltese el Apartado 4.3.2.6).
- B es el tamaño del semieje vertical de la elipse de plastificación.

La elipse de plastificación tendrá estas características:

- Centrada en el origen de coordenadas.
- Con un tamaño de semiejes A (semieje horizontal) y B (semieje vertical).

La **tensión equivalente de Von Mises** se define según el convenio de Einstein¹ como:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}}$$

Ecuación 4.29. Tensión equivalente de Von Mises.

Donde σ'_{ij} es cada una de las tensiones de tensor de tensiones desviadoras.

La **tensión media o hidrostática** se define como:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{kk}}{3}$$

Ecuación 4.30. Tensión hidrostática.

Donde σ_{kk} es cada una de las tensiones de la diagonal del tensor de tensiones.

El **tamaño del semieje horizontal** de la elipse de plastificación es:

$$A = p_c = p_t$$

Ecuación 4.31. Tamaño del semieje horizontal.

Donde:

- p_c es la tensión a compresión hidrostática de plastificación.

¹ Convenio de Einstein: $\sum_{i=1}^n c_i x_i \equiv c_i x_i$.

- p_t es la tensión a tracción hidrostática de plastificación.

Ambas magnitudes evolucionan de igual modo en el proceso de endurecimiento por deformación plástica.

El **tamaño del semieje vertical** de la elipse de plastificación es:

$$B = \alpha p_c$$

Ecuación 4.32. Tamaño del semieje vertical.

El **factor de forma** representa la relación entre el tamaño de los semiejes de la elipse de plastificación:

$$\alpha = \frac{B}{A}$$

Ecuación 4.33. Factor de forma, relación entre semiejes de la elipse de plastificación.

Si se desarrolla el tamaño de los semiejes en función de los valores iniciales de tensión hidrostática a compresión de plastificación (p_c^0) y tensión uniaxial a compresión de plastificación (σ_c^0), el citado factor de forma también se puede expresar en función de un parámetro:

$$\alpha = \frac{3k}{\sqrt{9 - k^2}}$$

Ecuación 4.34. Factor de forma.

Siendo:

$$k = \frac{\sigma_c^0}{p_c^0}$$

Ecuación 4.35. Relación de tensiones de plastificación a compresión.

Donde:

- k es la relación de tensiones de plastificación a compresión.
- σ_c^0 es la tensión inicial de plastificación en compresión uniaxial.
- p_c^0 es la tensión inicial de plastificación en compresión hidrostática.

Tal como se ha definido el factor de forma α en la Ecuación 4.33, sólo tiene sentido que éste sea positivo. Si además tenemos en cuenta la Ecuación 4.34, tenemos que $0 \leq k < 3$; entonces $0 \leq \alpha < \infty$.

Realizando cierta simplificación propuesta tanto por Abaqus [1] como por Deshpande y Fleck (2000) [21], la relación de tensiones de plastificación a compresión (k) se puede expresar como:

$$k = \sqrt{3(1-2\nu^p)}$$

Ecuación 4.36. Coeficiente de tensiones de plastificación relacionado con el coeficiente de Poisson plástico.

Donde ν_p es el coeficiente de Poisson plástico.

Y, por tanto, el factor de forma (α) se puede reescribir como:

$$\alpha = \sqrt{\frac{9(1-2\nu^p)}{2(1+\nu^p)}}$$

Ecuación 4.37. Factor de forma simplificado.

Los valores que puede adquirir el factor de forma en función de los valores del factor de Poisson plástico son los siguientes:

- Valores matemáticamente admisibles [1]: $-1 < \nu^p \leq 0,5$; entonces, $0 \leq \alpha < \infty$.
- Valores físicamente admisibles [54]: $0 \leq \nu^p \leq 0,5$; entonces, $0 \leq \alpha \leq 4,5$.

La superficie de plastificación presenta el siguiente aspecto en función de los valores del factor de forma:

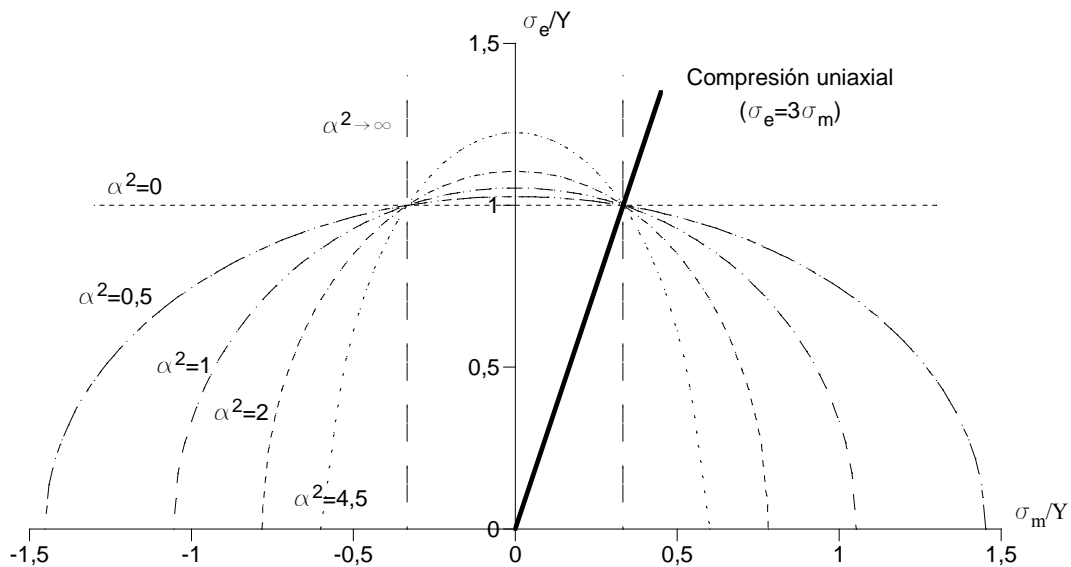


Figura 4.3. Superficies de plastificación resultantes del criterio de plastificación del modelo de endurecimiento isotrópico.

De la Figura 4.3, se pueden extraer las siguientes conclusiones acerca del modelo:

- Si $\alpha = 0$, la espuma se comportaría como un sólido plástico normal, es decir, no plastificaría bajo tensión hidrostática.
- Si $\alpha \rightarrow \infty$, la espuma plastificaría únicamente bajo tensión hidrostática.

- A medida que el factor de forma α aumenta de valor, la plastificación se vuelve más sensible a la tensión hidrostática y menos a la equivalente, es decir, el comportamiento de espuma es más acentuado.

El criterio de plastificación también se puede expresar de forma más intuitiva [21], en función de la tensión equivalente:

$$\phi = \hat{\sigma} - Y \leq 0$$

Ecuación 4.38. Criterio de plastificación en función de la tensión equivalente.

Donde:

- $\hat{\sigma}$ es la tensión equivalente.
- Y es la tensión de plastificación.

A diferencia de la tensión equivalente de Von Mises, para tener en cuenta la tensión hidrostática, la **tensión equivalente** ha adoptado la siguiente forma:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sigma_e^2 + \alpha^2 \sigma_m^2}{1 + (\alpha/3)^2}}$$

Ecuación 4.39. Tensión equivalente.

La **tensión de plastificación** se define como la tensión equivalente a la que plastifica el material. Se podrá expresar en función de:

- La tensión a compresión hidrostática de plastificación (p_c):

$$Y = \frac{\alpha p_c}{\sqrt{1 + (\alpha/3)^2}}$$

Ecuación 4.40. Tensión de plastificación en función de la tensión a compresión hidrostática.

- La tensión a compresión uniaxial de plastificación (σ_c):

$$Y = \sigma_c$$

Ecuación 4.41. Tensión de plastificación en función de la tensión a compresión uniaxial.

4.3.2.3 Zona plástica: potencial de flujo y deformación plástica

El **potencial de flujo** (G) se define en este modelo:

$$G = \sqrt{q^2 + \beta^2 p^2}$$

Ecuación 4.42. Potencial de flujo del modelo de endurecimiento volumétrico.

Donde β es el factor de forma de las elipses equipotenciales generadas por el potencial de flujo. Éstas están centradas en el origen del plano formado por la tensión hidrostática (eje horizontal) y la tensión equivalente de Von Mises (eje vertical). Además, se deduce

que existirá flujo plástico debido a tensión hidrostática, a diferencia de los metales compactos.

El **factor de forma** de las elipses equipotenciales se pueden expresar como [1]:

$$\beta = \frac{3}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1-2\nu_p}{1+\nu_p}}$$

Ecuación 4.43. Factor de forma de las elipses equipotenciales.

Donde ν_p es el coeficiente de Poisson plástico del material y puede tomar los siguientes valores admisibles matemáticamente:

$$-1 < \nu_p \leq 0,5 \Rightarrow 0 \leq \beta < \infty$$

Ecuación 4.44. Valores admisibles de los factores del flujo plástico.

Valores representativos para el coeficiente de Poisson son los siguientes:

- $\nu_p = 0 \Rightarrow \beta = 3/\sqrt{2}$ describe un material cuya deformación plástica en una dirección no provoca deformaciones en las direcciones perpendiculares a ésta o, dicho de otro modo, el potencial de flujo proporciona una dirección de flujo plástico idéntica a la dirección en la que se produce la tensión.
- $\nu_p = 0,5 \Rightarrow \beta = 0$ describe un material que no presenta cambios de volumen durante su deformación plástica.

El **flujo plástico** puede ser asociado o no asociado. Es **asociado** cuando el factor de forma del potencial de flujo (β) se considera igual al factor de forma del criterio de plastificación (α). Se suele emplear como simplificación cuando se desconoce el coeficiente de Poisson plástico (ν_p) o la relación de tensiones de plastificación a compresión (k), obteniendo de esta simplificación relaciones (consúltese la Ecuación 4.36) para obtenerlos:

$$\nu_p = \frac{3-k^2}{6}$$

Ecuación 4.45. Relación adicional válida en un flujo plástico asociado.

Es **no asociado** cuando el factor de forma del potencial de flujo (β) se obtiene de forma independiente del factor de forma del criterio de plastificación (α).

El vector **velocidad de deformación plástica** se obtiene en este modelo a través de la relación vectorial:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl} \frac{\partial G}{\partial \boldsymbol{\sigma}}$$

Ecuación 4.46. Vector velocidad de deformación plástica.

Donde:

- $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl}$ es el vector velocidad de deformación plástica.
- $\dot{\bar{\varepsilon}}^{pl}$ es la velocidad de deformación plástica equivalente.
- $\boldsymbol{\sigma}$ es el vector tensión.

Por tanto, a partir de la Ecuación 4.46 se puede llegar a la siguiente expresión para la velocidad de deformación plástica equivalente:

$$\dot{\bar{\varepsilon}}^{pl} = \frac{\boldsymbol{\sigma} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{pl}}{G}$$

Ecuación 4.47. Velocidad de deformación plástica equivalente.

A partir de la Ecuación 4.46, en compresión uniaxial, la velocidad de deformación plástica equivalente se puede expresar en función de la velocidad de deformación plástica axial (en la dirección de la compresión, $\dot{\varepsilon}_{axial}^{pl}$) así:

$$\left. \begin{array}{l} p = \sigma_c / 3 \\ q = \sigma_c \end{array} \right\} \Rightarrow G = \sqrt{\frac{\beta^2 + 9}{9}} \sigma_c \Rightarrow \dot{\bar{\varepsilon}}^{pl} = \sqrt{\frac{9}{\beta^2 + 9}} \dot{\varepsilon}_{axial}^{pl}$$

Ecuación 4.48. Flujo plástico en compresión uniaxial.

4.3.2.4 Zona plástica: endurecimiento por deformación plástica

En este modelo se define un endurecimiento isotrópico. Gobernado por la deformación plástica equivalente acumulada [1].

Como se aprecia en la Figura 4.4, cualquier elipse de plastificación perteneciente a este modelo se caracteriza por:

- Intersecta con el eje horizontal (eje que representa la tensión hidrostática) en dos puntos: tensión hidrostática de plastificación a tracción (p_t) y tensión hidrostática de plastificación a compresión (p_c), que van evolucionando de igual manera a lo largo del proceso de endurecimiento por deformación plástica.
- Evoluciona de forma autosemejante con un factor de forma (α) constante.

Por tanto, tomando como referencia el origen de coordenadas, se puede describir la evolución de la elipse definiendo el tamaño del semieje horizontal de la misma (expresado en la Ecuación 4.31) en función de la deformación plástica equivalente ($\bar{\varepsilon}^{pl}$).

Pero, para mayor comodidad, el tamaño del semieje horizontal, que coincide con la tensión de plastificación a compresión hidrostática (p_c), puede relacionarse con la tensión de plastificación a compresión uniaxial (σ_c) de un ensayo de compresión uniaxial mediante la siguiente relación:

$$p_c = \sigma_c \frac{\sqrt{1 + (\alpha/3)^2}}{\alpha}$$

Ecuación 4.49. Relación entre tensión de plastificación a compresión hidrostática y tensión de plastificación a compresión uniaxial en una elipse de plastificación del modelo isotrópico.

Además, se puede utilizar la deformación plástica axial (ε_{axial}^{pl}) del ensayo de compresión uniaxial gracias a que es posible relacionarla con la deformación plástica equivalente ($\hat{\varepsilon}^{pl}$) [21].

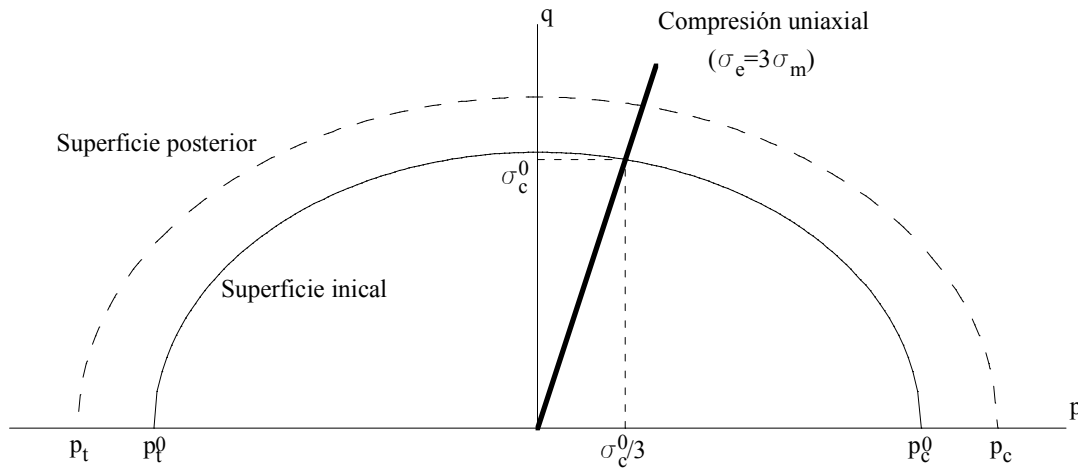


Figura 4.4. Evolución de la superficie de plastificación en el modelo de endurecimiento isotrópico.

Por tanto, Abaqus propone un modelo de endurecimiento definido a trozos mediante pares de coordenadas de un ensayo de compresión uniaxial. Cada par de coordenadas está compuesto por:

- Tensión en dirección de la compresión (σ_c).
- Deformación plástica axial en dirección de la compresión ($-\varepsilon_{axial}^{pl}$).

La primera entrada de valor de formación plástica acumulada, evidentemente, ha de ser cero. Además, si la deformación plástica acumulada supera el máximo valor introducido por el usuario, se extrapolará linealmente a partir del último dato para obtener el valor requerido de endurecimiento.

Es aquí, en el apartado de endurecimiento por deformación plástica, donde Abaqus [1] simplifica en gran medida los modelos propuestos por Deshpande y Fleck (2000) [21] o Hanssen y otros (2002) [33]. Estas diferencias se desarrollan en el Apartado 4.3.4 de este documento. En cualquier caso, según se vaya produciendo el endurecimiento del material, la superficie de plastificación crecerá de modo autosemejante como se puede observar en la Figura 4.4.

4.3.2.5 Endurecimiento por velocidad de deformación

Abaqus permite la definición de un endurecimiento en la zona plástica debido a la velocidad de deformación. Según Abaqus [1], este fenómeno puede llegar a ser

relevante para velocidades de deformación en el rango de 0,1-1 por segundo y puede llegar a ser determinante en el rango de 10-100 por segundo, típico en los procesos dinámicos de deformación de alta energía.

Este endurecimiento se puede definir mediante dos métodos aplicables tanto en procesos dinámicos como estáticos [1]. Ambos métodos consideran que las curvas de tensión-deformación plástica se desarrollan de forma análoga a la curva tensión-deformación plástica sin endurecimiento por velocidad de deformación. Por tanto, para la obtención de una curva tensión-deformación plástica para una determinada velocidad de deformación a partir de la curva para velocidad de deformación nula, sólo es necesario un dato: la relación entre tensiones de ambas curvas para una deformación dada.

Ley de endurecimiento de Cowper-Symonds:

La ley de endurecimiento de Cowper-Symonds se expresa matemáticamente:

$$\dot{\varepsilon}^{pl} = D(R-1)^n$$

Ecuación 4.50. Ley de endurecimiento por velocidad de deformación de Cowper-Symonds.

Siendo:

$$R = \frac{\bar{\sigma}_c}{\sigma_c} \geq 1$$

Ecuación 4.51. Relación de tensiones de plastificación para la ley de Cowper-Symonds.

Donde:

- $\dot{\varepsilon}^{pl}$ es la velocidad de deformación plástica equivalente.
- D y n son constantes dependientes del material, que pueden ser definidas a su vez como dependientes de la temperatura y otros factores.
- σ_c es la tensión de compresión uniaxial para una deformación plástica dada y para una velocidad de deformación nula.
- $\bar{\sigma}_c$ es la tensión de compresión uniaxial para una deformación plástica dada y para una velocidad de deformación no nula.

La Ecuación 4.50 se puede reescribir tomando logaritmos como una relación lineal en escala logarítmica:

$$\ln(R-1) = \frac{1}{n} \ln \dot{\varepsilon}^{pl} - \frac{1}{n} \ln D$$

Ecuación 4.52. Ley de Cowper-Symonds en logaritmos.

Para el ajuste de esta ecuación, es necesario conocer previamente un dato de tensión con velocidad de deformación cero y dos de tensión con velocidad distinta de cero (σ_c y $\bar{\sigma}_c$) para la misma deformación acumulada.

Ley de endurecimiento definida a trozos:

Si se prefiere o la ley de endurecimiento no se adapta a la ecuación logarítmica lineal expuesta en la Ecuación 4.52, se puede definir la ley de endurecimiento a trozos a partir de un ensayo de compresión introduciendo pares de coordenadas:

- Relación de tensiones (expresado en la Ecuación 4.51).
- Velocidad de deformación de deformación plástica equivalente ($\dot{\epsilon}^{pl}$).

Adicionalmente, también es posible añadir información de la temperatura.

4.3.2.6 Calibración

A modo de resumen y hoja de ruta, es necesario para calibrar el modelo de endurecimiento isotrópico:

Zona elástica

Los datos requeridos son:

- Módulo de Young (E , “Young’s modulus”): se obtiene de la pendiente de la zona elástica del ensayo de compresión uniaxial.
- Coeficiente de Poisson (ν , “Poisson’s ratio”): como se muestra en la Tabla 2.2, el módulo de Poisson es muy similar en todas las espumas [8], por lo que se preestablecerá un valor determinado.

Criterio de plastificación

Los datos requeridos son:

- Relación de tensiones de plastificación a compresión (k , “compression yield stress ratio”), definida en la Ecuación 4.9.
- Coeficiente de Poisson plástico (ν_p , “plastic Poisson’s ratio”), necesario para definir la forma de la elipse del potencial de flujo (consúltese la Ecuación 4.43).

Para su cálculo, existen dos procedimientos dependientes del tipo de flujo plástico considerado.

Si el **flujo plástico es no asociado**, los dos coeficientes se calculan por separado y se necesitarán los siguientes datos:

- Tensión a compresión uniaxial de plastificación inicial (σ_c^0).
- Tensión a compresión hidrostática de plastificación inicial (p_c^0).
- Coeficiente de Poisson plástico (ν_p), que habrá de ser obtenido de ensayos experimentales.

Si el flujo plástico es **asociado**, existirá una relación directa entre los dos coeficientes (consúltese la Ecuación 4.45) por la que se podrá prescindir de algún dato experimental: el coeficiente de Poisson plástico o las tensiones.

En cualquier caso, Abaqus propone que, debido a la dificultad para determinar la tensión exacta del inicio de la plastificación, se tomen las tensiones de meseta del ensayo de compresión uniaxial e hidrostática como las verdaderas tensión a compresión uniaxial de plastificación inicial (σ_c^0) y tensión a compresión hidrostática de plastificación inicial (p_c^0) respectivamente.

Endurecimiento plástico por deformación

Los datos requeridos son pares de coordenadas compuestos por:

- Tensión en dirección de la compresión (σ_c , “yield stress”).
- Deformación plástica axial en dirección de la compresión ($-\varepsilon_{axial}^{pl}$, “uniaxial plastic strain”).

Estos pares se extraen de un ensayo de compresión uniaxial. El primer par corresponde a deformación plástica axial nula ligada a la tensión a compresión uniaxial de plastificación inicial (σ_c^0).

Endurecimiento por velocidad de deformación

Si se utiliza una **ley de endurecimiento de Cowper-Symonds** (power law), se requiere:

- La constante de proporcionalidad de la ley de endurecimiento (D , “multiplier”) expuesta en la Ecuación 4.50.
- El exponente de la ley de endurecimiento (n , “exponent”) expuesta en la Ecuación 4.50.

Serán necesarios dos puntos para el ajuste de dicha ecuación y los pasos son los siguientes:

- Calcular los valores de la relación de tensiones de plastificación (R , consúltese la Ecuación 4.51).
- Calcular los valores de la velocidad de deformación plástica equivalente ($\dot{\varepsilon}^{pl}$), que coincide con la velocidad de deformación plástica axial ($\dot{\varepsilon}_{axial}^{pl}$) en un ensayo de compresión uniaxial [1].
- Ajustar los parámetros D y n de la Ecuación 4.50, a partir de los datos representados en escalas logarítmicas.

Si se utiliza una **ley de endurecimiento definida a trozos** (tabular input of yield ratio), se requiere:

- Relación de tensiones (R , “yield stress ratio”) expresada en la Ecuación 4.51.

- Velocidad de deformación plástica equivalente ($\dot{\epsilon}^{pl}$, “equivalent plastic strain rate”).

También se obtiene el valor de la velocidad de deformación plástica equivalente ($\dot{\epsilon}^{pl}$) a partir de la velocidad de deformación plástica axial ($\dot{\epsilon}_{axial}^{pl}$), ya que en este modelo coinciden [1].

4.3.3 Observaciones

La **zona elástica** de las espumas metálicas es **muy reducida** en comparación con la zona de deformación plástica, como se puede apreciar en la Figura 2.39. Ello provoca que una falta de precisión en la calibración de los parámetros elásticos del material no afecte a los resultados de las simulaciones numéricas.

Se puede decir previamente que el criterio de plastificación del modelo de endurecimiento volumétrico es más avanzado que el del modelo de endurecimiento isotrópico por permitir diferenciación en el comportamiento tracción/compresión; pero, a su vez, el potencial del flujo definido en el modelo de endurecimiento volumétrico es menos preciso o avanzado que el presentado en el modelo de endurecimiento isotrópico por presuponer que las deformaciones plásticas en una dirección no afecta a las dos direcciones perpendiculares, es decir, por considerar un factor de Poisson plástico nulo.

Como las espumas metálicas pueden presentar una acentuada anisotropía e inhomogeneidad provocadas por la aleatoriedad y variabilidad de los procesos de fabricación de las mismas (se puede dar el caso de que dos porciones de una misma espuma, *a priori* idénticas, puedan tener un comportamiento mecánico notablemente distinto), es inevitable asumir **cierto margen de error o incertidumbre** en todos los resultados tanto numéricos como experimentales. Autores como Reyes y otros (2003) [54] han intentado solventar estos problemas introduciendo un modelo basado en una variación estadística de la densidad relativa elemento a elemento y relacionando el resto de magnitudes que definen cada modelo con dicha densidad por medio de ecuaciones del tipo de la Ecuación 2.3. En el caso de los modelos numéricos implementados en Abaqus para las espumas metálicas, llevar a cabo un análisis numérico contemplando una variación estadística de la densidad relativa es prácticamente imposible, a no ser que se crease una subrutina de usuario encargada de ello.

4.3.4 Leyes de endurecimiento

El fenómeno de endurecimiento plástico está implementado en los modelos numéricos expuestos en el Apartado 4.3 siguiendo el modelo constitutivo isotrópico y autosemejante para espumas metálicas propuesto por Deshpande y Fleck (2000) [21].

En éste, se define un módulo de endurecimiento (H) homogéneo e libre de fenómenos de endurecimiento por velocidad de deformación. Es definido como:

$$H = \frac{\dot{\sigma}}{\dot{\varepsilon}}$$

Ecuación 4.53. Módulo de endurecimiento.

Donde:

- H es el módulo de endurecimiento.
- $\dot{\sigma}$ es la tasa de incremento de la tensión equivalente.
- $\dot{\varepsilon}$ es la velocidad de (tasa de incremento) deformación equivalente¹.

Se interpreta como la pendiente en cada punto de la curva tensión equivalente – deformación equivalente de un material (dicha curva se supone única para un determinado material). Expresando de modo incremental la Ecuación 4.53:

$$\bar{H} = \frac{\Delta\hat{\sigma}}{\Delta\hat{\varepsilon}}$$

Ecuación 4.54. Módulo de endurecimiento discretizado.

Donde:

- \bar{H} es el módulo de endurecimiento medio en el intervalo.
- $\Delta\hat{\sigma}$ es el incremento de la tensión equivalente en dicho intervalo.
- $\Delta\hat{\varepsilon}$ es el incremento de la deformación equivalente en dicho intervalo.

Deshpande y Fleck (2000) [21] observaron que este módulo de endurecimiento tenía una doble dependencia:

- Deformación equivalente acumulada ($\hat{\varepsilon}$).
- Estado de cargas, definido por el vector cargas unitario ($\sigma/|\sigma|$).

Además, la dependencia sobre el estado de cargas la solucionaron desdoblado linealmente el módulo de endurecimiento en dos módulos dependientes únicamente de la deformación plástica equivalente acumulada:

$$H = (h_{\sigma} - h_p) \frac{\sigma_e}{\hat{\sigma}} + h_p$$

Ecuación 4.55. Desdoblamiento del módulo de endurecimiento.

Donde:

- $H(\hat{\varepsilon}, \sigma/|\sigma|)$ es el módulo de endurecimiento.
- $h_{\sigma}(\hat{\varepsilon})$ es el módulo de endurecimiento en compresión uniaxial.
- $h_p(\hat{\varepsilon})$ es el módulo de endurecimiento en compresión hidrostática.

¹ Cabe señalar de nuevo que, debido a que la zona elástica es mínima, se da por supuesto que la deformación equivalente se refiere a la deformación plástica equivalente.

Con lo cual, sería necesario calibrar dos leyes de endurecimiento independientes. Sobre este planteamiento, se realiza la siguiente simplificación:

$$H(\hat{\varepsilon}, \sigma/|\sigma|) \approx h_{\sigma}(\hat{\varepsilon})$$

Ecuación 4.56. Simplificación del módulo de endurecimiento.

Esta simplificación es la implementada en los modelos numéricos descritos anteriormente. Con dicha simplificación, sólo es necesaria la definición de la ley de endurecimiento de compresión uniaxial:

$$h_{\sigma} = \frac{\dot{\sigma}_{33}}{\dot{\varepsilon}_{33}^p} \quad \text{ó} \quad \bar{h}_{\sigma} = \frac{\Delta\sigma_{33}}{\Delta\varepsilon_{33}^p}$$

Ecuación 4.57. Módulo de endurecimiento de compresión uniaxial.

De este modo, ya es factible la definición del endurecimiento a través de un conjunto de pares de coordenadas tensión de compresión uniaxial (σ_{33}) y deformación plástica acumulada en dicha dirección (ε_{33}^p). Posteriormente, y por medio de las expresiones existentes para la tensión y deformación equivalentes, se pueden extrapolar esos pares de coordenadas para cualquier estado tensional.

Haciendo recordatorio del Apartado 4.3, la tensión equivalente se calcula fácilmente así:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sigma_e^2 + \alpha^2 \sigma_m^2}{1 + (\alpha/3)^2}}$$

Ecuación 4.58. Tensión equivalente.

En el caso de estados tensionales denominados proporcionales [21] (que siguen mantienen una proporcionalidad entre tensión media y de Von Mises constante), la deformación equivalente se puede expresar en función de una constante de proporcionalidad (η):

$$\hat{\varepsilon} = \varepsilon_{33}^p \frac{\sqrt{(1 + \alpha^2 \eta^2)(1 + (\alpha/3)^2)}}{1 + (\alpha^2 \eta/3)}$$

Ecuación 4.59. Deformación plástica equivalente.

Siendo:

$$\eta = \left| \frac{\sigma_m}{\sigma_e} \right|$$

Ecuación 4.60. Constante de proporcionalidad para un estado tensional proporcional.

De este modo, las expresiones de tensión equivalente y deformación plástica equivalente para los principales estados tensionales se pueden escribir como recoge la Tabla 4.1.

Tabla 4.1. Equivalencias de tensiones y deformaciones para compresión hidrostática y uniaxial.

	Tensión	Deformación
Compresión uniaxial	$\hat{\sigma} = \sigma_{33}$	$\hat{\varepsilon} = \varepsilon_{33}^p$
Compresión hidrostática	$\hat{\sigma} = \frac{3\alpha}{\sqrt{9+\alpha^2}} p$	$\hat{\varepsilon} = \frac{\sqrt{9+\alpha^2}}{3\alpha} \varepsilon_{vol}^p$

Donde:

- α es el factor de forma de la elipse de plastificación
- σ_{33} es la tensión no nula en un estado de compresión uniaxial.
- ε_{33}^p es la deformación en dirección de la compresión uniaxial.
- p es la tensión hidrostática en un estado de compresión hidrostática.
- ε_{vol}^p es la deformación volumétrica en un estado de compresión hidrostática.

El problema observado *a priori* es que este modelo desarrollado por Deshpande y Fleck (2000) [21] está desarrollado bajo una serie de consideraciones o simplificaciones previas:

- Potencial de flujo homogéneo.
- Flujo plástico asociado, es decir, que la elipse de plastificación y la de potencial de flujo plástico son iguales.
- Coeficiente de Poisson plástico nulo.

Estas suposiciones iniciales en el modelo constitutivo pueden generar incoherencias o resultados erróneos al trasgredir alguna de dichas suposiciones previas.

Paralelamente a la definición a trozos, el endurecimiento debido a la deformación plástica puede ser cuantificado mediante alguna ley matemática en la que sus parámetros dependan del material, el tipo de carga,... Estos modelos serán de gran utilidad a la hora de manejar y ordenar los datos de endurecimiento de las distintas espumas, así como para generar las tablas de valores para la definición a trozos del endurecimiento en los modelos de Abaqus presentados.

En concreto, se describirán dos leyes de endurecimiento análogas con pequeñas diferencias: la propuesta por Hanssen y otros (2002) [33] y la de Reyes y otros (2003) [54].

4.3.4.1 Ley de endurecimiento de Hanssen y otros (2002)

Está motivada en las curvas características de endurecimiento de las espumas metálicas (consúltese el Apartado 2.2.1.1). Está basada en tensiones y deformaciones ingenieriles y es aplicable a condiciones de carga uniaxiales e hidrostáticas.

$$\sigma = Y(e) = \sigma_p + \gamma \frac{e}{e_D} + \alpha_2 \ln \left(\frac{1}{1 - (e/e_D)^\beta} \right)$$

Ecuación 4.61. Ley de endurecimiento propuesta por Hanssen y otros (2002).

Siendo:

$$e_D = 1 - \frac{\rho}{\rho_S}$$

Ecuación 4.62. Deformación ingenieril de densificación.

Donde:

- σ es la tensión ingenieril.
- e es la deformación ingenieril.
- e_D es la deformación ingenieril de densificación.
- σ_p es la tensión ingenieril de meseta.
- γ , α_2 y β son constantes a definir.
- ρ es la densidad de la espuma.
- ρ_S es la densidad del material base de la espuma.

Dichas constantes también pueden ser expresadas en función de la densidad relativa:

$$\{\sigma_p, \alpha_2, \gamma, \beta^{-1}\} = C_0 + C_1 \left(\frac{\rho}{\rho_S} \right)^n$$

Ecuación 4.63. Constantes en función de la densidad relativa.

Donde C_0 , C_1 y n son constantes dependientes del tipo de espuma.

La Ecuación 4.61 puede pasarse de términos ingenieriles a términos reales fácilmente con las siguientes consideraciones:

- Debido a que la deformación plástica en una dirección no provoca apenas deformaciones plásticas en las direcciones perpendiculares ($\nu^p \approx 0$), la deformación ingenieril y real son prácticamente iguales.
- La relación entre deformación ingenieril y real está reflejada en la Ecuación 4.64.

$$e = 1 - \exp(-\varepsilon)$$

Ecuación 4.64. Relación entre tensión ingenieril y real.

Esta ley de endurecimiento es incapaz de predecir el endurecimiento en cualquier estado tensional que no sea en el que se ha calibrado la ley, ya que no se hace uso de tensiones y deformaciones equivalentes. Por tanto, han de definirse unas constantes específicas para el caso de compresión uniaxial y otras para compresión hidrostática.

4.3.4.2 Ley de endurecimiento de Reyes y otros (2003)

Se basa en la ley presentada en el Apartado 4.3.4.1. Se considera que, del mismo modo que se define la ley para tensiones ingenieriles, se puede definir para tensiones y deformaciones reales equivalentes (definidas ambas según el modelos de endurecimiento isotrópico, Apartado 4.3.2). Por tanto, parece razonable poderse aplicar únicamente con dicho modelo isotrópico.

La ley es la siguiente:

$$\hat{\sigma} = Y(\hat{\varepsilon}) = \sigma_p + \gamma \frac{\hat{\varepsilon}}{\varepsilon_D} + \alpha_2 \ln \left(\frac{1}{1 - (\hat{\varepsilon}/\varepsilon_D)^\beta} \right)$$

Ecuación 4.65. Ley de endurecimiento propuesta por Reyes y otros (2003).

Siendo:

$$\varepsilon_D = - \frac{1 + (\alpha/3)^2}{\alpha \sqrt{1 + (\alpha/3)^2 - \chi^2}} \ln \left(\frac{\rho}{\rho_s} \right)$$

Ecuación 4.66. Deformación real de densificación.

$$\chi = \frac{\sigma_e}{\hat{\sigma}}$$

Ecuación 4.67. Factor de condición de carga.

Donde:

- $\hat{\sigma}$ es la tensión real equivalente definida en la Ecuación 4.39.
- $\hat{\varepsilon}$ es la deformación real equivalente [21].
- ε_D es la deformación real de densificación.
- σ_p es la tensión ingenieril de meseta.
- γ , α_2 y β son constantes a definir.
- ρ es la densidad de la espuma.
- ρ_s es la densidad del material base de la espuma.
- α es el factor de forma de la elipse de plastificación.
- σ_e es la tensión equivalente de Von Mises definida en la Ecuación 4.29.
- χ es el factor de condición de carga.

Esta ley sí es capaz de predecir el endurecimiento en cualquier estado tensional, ya que está basada en tensiones y deformaciones equivalentes. Además, esta ley tiene en cuenta la configuración de cargas aplicadas mediante el factor de condición de carga (χ) para el cálculo de deformación de densificación. Por ejemplo, según la expresión de la deformación de densificación, para un estado tensional de cortadura pura no se produce densificación del material [54], fenómeno totalmente ajustado a la realidad.

Pero para condiciones de carga complejas (por ejemplo, que no siguen una trayectoria lineal en el plano tensión media-tensión equivalente), resulta complejo o inútil el cálculo del factor de condición de carga (Ecuación 4.67). Por ello, Reyes y otros (2003) [54] simplifican este factor a la unidad (el valor que toma en compresión uniaxial) y la deformación de real de densificación se expresa para cualquier estado de cargas como:

$$\varepsilon_D = -\frac{9 + \alpha^2}{3\alpha^2} \ln\left(\frac{\rho}{\rho_s}\right)$$

Ecuación 4.68. Deformación real simplificada.

Esta expresión ya no depende del estado de cargas, únicamente es función de las propiedades de la propia espuma, lo que facilita en gran medida su manejo. Además, por simplificar la expresión, se podría reescribir en función de la constante de densificación (k_D):

$$k_D = -\ln\left(\frac{\rho}{\rho_s}\right)$$

Ecuación 4.69. Constante de densificación.

Para compresión uniaxial, la ley de endurecimiento se expresa como:

$$\sigma = Y\left(\frac{9 + \alpha^2}{3\alpha^2} \varepsilon\right)$$

Ecuación 4.70. Ley de endurecimiento para compresión uniaxial.

Donde:

- σ es la tensión en la dirección de la compresión.
- ε es la deformación en la dirección de la compresión.

Cabe recordar el criterio de signos asumido: signo positivo en el caso de tensiones y deformaciones a compresión.

Sustituyendo, se llega a la siguiente expresión:

$$\sigma = \sigma_p + \gamma \frac{\varepsilon}{k_D} + \alpha_2 \ln\left(\frac{1}{1 - (\varepsilon/k_D)^\beta}\right)$$

Ecuación 4.71. Ley de endurecimiento para compresión uniaxial en función de la constante de densificación, k_D .

Ésta es muy cómoda para realizar el ajuste por mínimos cuadrados de la curva, pues no depende del factor de forma (α).

Para compresión hidrostática, la ley de endurecimiento se expresa como:

$$p = \frac{\sqrt{1+(\alpha/3)^2}}{\alpha} Y \left(\frac{\sqrt{1+(\alpha/3)^2}}{\alpha} \varepsilon_V \right)$$

Ecuación 4.72. Ley de endurecimiento para compresión hidrostática.

Donde:

- p es la presión hidrostática, equivalente a la tensión media (σ_m).
- ε_V es la deformación volumétrica, definida en la Ecuación 4.20.

Operando, se llega a la siguiente expresión:

$$p = \frac{\sqrt{1+(\alpha/3)^2}}{\alpha} \left(\sigma_p + \gamma \frac{\alpha}{k_D \sqrt{9+\alpha^2}} \varepsilon_V - \alpha_2 \ln \left(1 - \left(\frac{\alpha}{k_D \sqrt{9+\alpha^2}} \varepsilon_V \right)^\beta \right) \right)$$

Ecuación 4.73. Ley de endurecimiento para compresión hidrostática en función de la constante de densificación, k_D .

Por tanto, la relación entre la ley de endurecimiento para compresión hidrostática y uniaxial se puede expresar mediante una constante de proporcionalidad:

$$\frac{\sigma \left(\frac{9+\alpha^2}{3\alpha^2} \varepsilon \right)}{p \left(\frac{\sqrt{1+(\alpha/3)^2}}{\alpha} \varepsilon_V \right)} = \frac{\alpha}{\sqrt{1+(\alpha/3)^2}} = k$$

Ecuación 4.74. Constante de proporcionalidad entre endurecimiento hidrostático y uniaxial.

Donde la relación de tensiones de plastificación a compresión (k , consúltase la Ecuación 4.35) se puede describir aquí como un factor de escala entre la curva teórica de compresión uniaxial y la de compresión hidrostática.

Si tenemos en cuenta las siguientes **simplificaciones**:

- Flujo asociado ($\beta = \alpha$, consúltase el Apartado 4.3.2).
- Coeficiente de Poisson plástico nulo ($\nu^p = 0$).

El factor de forma de la elipse de plastificación tendrá un valor $\alpha = 3/\sqrt{2}$ y las expresiones de la ley de endurecimiento se simplificarán sustancialmente (véase la Tabla 4.2).

Tabla 4.2. Ley de endurecimiento simplificada según tipo de carga.

Compresión	Ley	Def.
Uniaxial	$\sigma = Y(\varepsilon)$	$\varepsilon_D = -\ln \left(\frac{\rho}{\rho_S} \right)$

Hidrostática	$p = \frac{1}{\sqrt{3}} Y \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \varepsilon_v \right)$	$\varepsilon_D = -\ln \left(\frac{\rho}{\rho_s} \right)$
---------------------	--	---

5 CARACTERIZACIÓN DEL MATERIAL

En el presente proyecto no se ha contemplado la realización de ensayos experimentales para determinar las características mecánicas de los materiales requeridas por las simulaciones. Se utilizarán los datos experimentales realizados por Hanssen y otros (2002) [33] y utilizados también por Reyes y otros (2003) [54].

El **proceso** en el que se van a utilizar dichos ensayos es el siguiente:

- Calibración: obtención de los datos necesarios para la definición del material a través de ensayos de configuración simple (compresión uniaxial e hidrostática).
- Validación: comparación de resultados experimentales con resultados de simulación numérica para configuraciones de carga más complejas.

5.1 Material empleado

Se estudiarán distintas **espumas metálicas fabricadas mediante colada continua** con patente de **Hydro Aluminium AS** (consúltese el Apartado 2.1.3). Con este método de fabricación se obtienen planchas de espuma, como muestra la Figura 5.1.

Es conocida la dificultad para controlar los parámetros de la espuma en la fabricación de las espumas (consúltese el Apartado 2.1.3.2.2), que da lugar a un gradiente de propiedades dentro de la misma espuma.

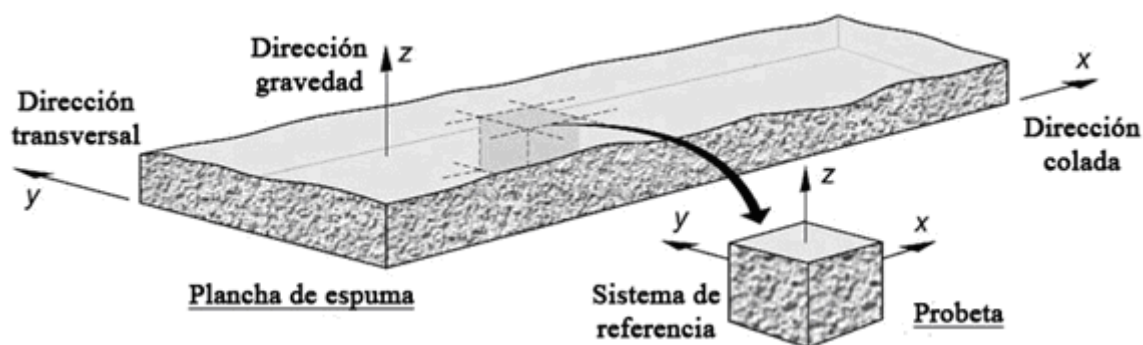


Figura 5.1. Sistema de referencia de las espumas fabricadas mediante colada continua [33].

Este proceso de fabricación en concreto genera variabilidad e importantes gradientes de densidad en las direcciones más representativas de la plancha de espuma. Todo ello se traduce en espumas metálicas con una geometría de celda distinta en cada dirección y una marcada anisotropía en todas las propiedades mecánicas de la espuma [13]. Esta variabilidad en la fabricación es menos acusada cuanto mayor sea la densidad de la espuma fabricada, ya que la geometría de celda es más homogénea y esférica [33]. Es preciso recordar que la geometría de celda así como todas las propiedades de una espuma en cada punto están íntimamente relacionadas con la densidad relativa de la misma [8], como se recoge en la Tabla 2.2.

Retomando el sistema de referencia de la Figura 5.1:

- La dirección del eje x es paralela a la de la colada y puede estar a gradientes de densidad provocados por cualquier variación en el flujo continuo de material.

- La dirección del eje y es perpendicular a la de la colada en el plano principal de la plancha de colada y es la que presenta menos gradientes de densidad.
- La dirección del eje z está afectada por la gravedad, lo que provoca el gradiente de densidad más importante en la espuma.

Por ello, la espuma se comportará de un modo más cercano a la idealidad será en dirección del eje y [33]. Todas las espumas metálicas tendrán una estructura de **celda cerrada**. El material base es **aluminio** con un 8% de sílice y un 0,5% de magnesio (AlSi_8Mg) y se han escogido espumas con **tres densidades distintas**:









- $\rho_1 = 0,17 \text{ g/cm}^3$ (en adelante, se citará como *Ro1*).
- $\rho_2 = 0,34 \text{ g/cm}^3$ (en adelante, se citará como *Ro2*).
- $\rho_3 = 0,51 \text{ g/cm}^3$ (en adelante, se citará como *Ro3*).

Estas densidades son orientativas o medias, debido a la citada dispersión introducida por el proceso de fabricación en las características de las espumas. Aparecen dos modelos de espuma: “1997” y “1998”. Sólo se utilizarán los datos referentes al primer modelo, el más extensamente ensayado.

5.2 Datos experimentales

Los **ensayos realizados** por Hanssen y otros (2002) [33] son la referencia de las calibraciones y simulaciones numéricas realizadas en este proyecto. Dichos ensayos se ordenan así:

Tabla 5.1. Ensayos experimentales disponibles [33].

Ensayo	Esquema	Probeta	Densidad	Dirección	Repeticiones	Ensayos	Descripción
<i>Cal 1</i>		1997 Cúbica	ρ_1, ρ_2, ρ_3	x, y, z	a, b, c, d, e	45	Comp. uniaxial
<i>Cal 1</i>		1998 Cilíndrica	ρ_1, ρ_2, ρ_3	y	a, b, c, d, e, f	18	Comp. uniaxial
<i>Cal 2</i>		1997 Cúbica	ρ_1, ρ_2, ρ_3	y	a, b, c, d, e	15	Tensión uniaxial
<i>Cal 3</i>		1997 Cilíndrica	ρ_3	y	a, b, c, d, e	20	Comp. dinámica
<i>Cal 4</i>		1997 Cilíndrica	ρ_1, ρ_2, ρ_3	-	a, b, c, d, e, f	18	Compresión hidrostática
<i>Mval 1</i>		1997 Cúbica	ρ_1, ρ_2, ρ_3	y	a, b, c, d, e	15	Indentación
<i>Mval 2</i>		1997 Cúbica	ρ_1, ρ_2, ρ_3	Plano xy	a, b, c, d, e	15	Comp. diagonal
<i>Mval 3</i>		1997 Cúbica	ρ_1, ρ_2, ρ_3	$y \rightarrow z$	a, b, c, d, e	15	Comp. dos direcciones

En casi todos los ensayos se han realizado cinco repeticiones por los problemas de variabilidad en las espumas. Los resultados que se presentan son la media de los resultados de todas las repeticiones. Además, Hanssen y otros (2002) [33] realizaron otros ensayos adicionales en los que las espumas interactúan con otros elementos estructurales tales como piezas extruidas, que no se tendrán en cuenta en este proyecto.

Las **probetas**, según el ensayo, son cúbicas o cilíndricas con varias dimensiones:

Tabla 5.2. Listado de probetas.

Ensayo	Probeta
<i>Cal 1</i> (con excepciones) <i>Cal 2</i> <i>Mval 1</i> <i>Mval 2</i> <i>Mval 3</i>	Cubo (lados 70 mm)
<i>Cal 1</i> (espuma 1997, densidad ρ_3)	Hexaedro (base 70x70 mm, altura 35 mm)
<i>Cal 1</i> (espuma 1998, excepto ρ_3)	Cilindro (diámetro 79 mm, altura 70 mm)
<i>Cal 1</i> (espuma 1998, densidad ρ_3)	Cilindro (diámetro 40 mm, altura 35 mm)
<i>Cal 3</i> <i>Cal 4</i>	Cilindro (diámetro 40 mm, altura 70 mm)

La geometría de las probetas está justificada en la mayoría de los casos por ser geometrías y dimensiones comerciales. En el caso concreto de los ensayos *Cal 1* con material tipo 1997 y 1998 de densidad ρ_3 , emplearon probetas con la mitad de altura debido a que este mismo ensayo con probetas de altura normal (70 mm) sufrían fallos por fenómenos tensionales a cortadura [33], como muestra la Figura 5.2. Estos fallos provocaban una reducción no del área efectiva de la probeta, por lo que los datos extraídos de dichos ensayos no eran reales.

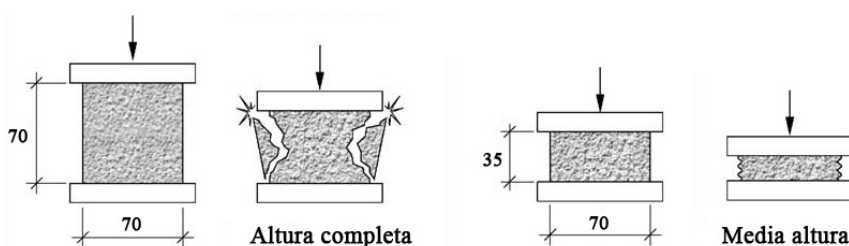


Figura 5.2. Comportamiento a compresión y rotura de flancos [33].

5.3 Calibración de los modelos

Para cubrir todas las posibilidades que ofrece Abaqus, ha sido necesario realizar calibraciones en dos modelos numéricos: el del endurecimiento volumétrico e isotrópico. Los datos necesarios para definir el material en cada uno de estos modelos se enumeraron ya en el Apartado 4.3.1.6 y Apartado 4.3.2.6 respectivamente.

Por tanto, para calibrar adecuadamente cada uno de los modelos, son necesarios los datos procedentes de los siguientes ensayos:

- Endurecimiento volumétrico: compresión uniaxial, compresión hidrostática y tensión hidrostática.
- Endurecimiento isotrópico: compresión uniaxial y compresión hidrostática.

Se crearán cinco calibraciones de cada material (véase la Tabla 5.3) con el fin de cubrir la mayoría de las opciones para la definición de cada material y, posteriormente, de comparar los resultados.

Tabla 5.3. Tabla de calibraciones y características para cada material.

Calibración	Endurecimiento	Características
<i>Vol1</i>	Volumétrico	Flujo asociado; $\alpha = 3/\sqrt{2}$; $k_t = 1$
<i>Vol2</i>	Volumétrico	Flujo no asociado; $\alpha \neq 3/\sqrt{2}$; $k_t \neq 1$
<i>Iso1</i>	Isotrópico	Flujo asociado; $\alpha = 3/\sqrt{2}$; $\nu^p = 0$
<i>Iso2</i>	Isotrópico	Flujo asociado; $\alpha \neq 3/\sqrt{2}$; $\nu^p \neq 0$
<i>Iso3</i>	Isotrópico	Flujo no asociado; $\alpha \neq 3/\sqrt{2}$; $\nu^p \neq 0$

Se recuerda que siempre se han considerado positivas las tensiones de compresión y las deformaciones producidas por éstas en todo el proceso de calibración.

5.3.1 Zona elástica

Para ambos modelos, la calibración será idéntica.

Módulo de Young

Se obtiene de la pendiente de la zona elástica del ensayo de compresión uniaxial (*Cal 1*). Pero existe un problema: además de la comentada anisotropía, el módulo de Young aumenta a medida que el material va acumulando deformación plástica. Hanssen y otros (2002) [33], al igual que anteriormente Sugimura y otros (1997) [60] o Ehlers y otros (1999) [22 y 23], achacan este fenómeno a la aparición de concentración de tensiones en los vértices compartidos de las celdas además de dislocaciones en el material (endurecimiento por deformación) y cambio de geometría de las mismas.

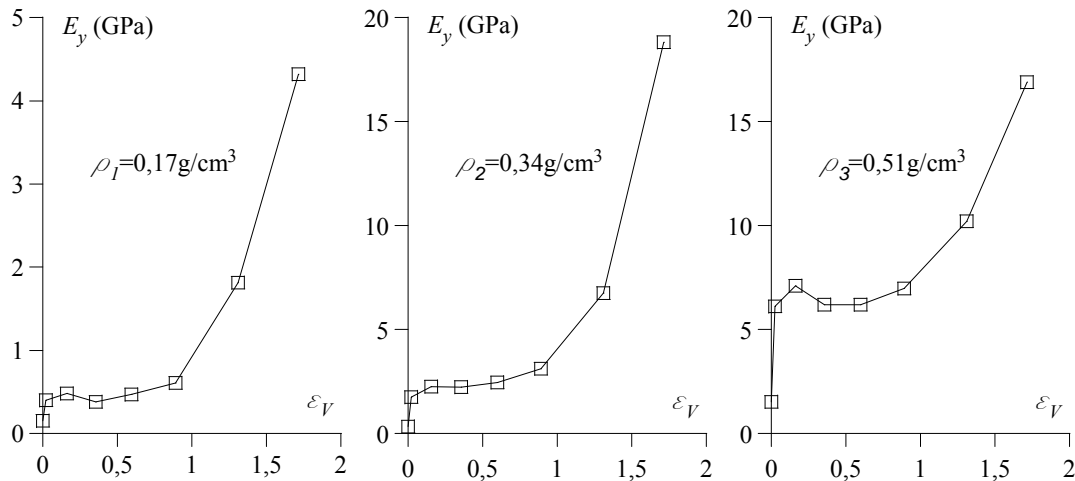


Figura 5.3. Valores del módulo de Young en dirección y en función de la deformación real plástica acumulada [33].

Por todo ello, el módulo de Young se calcula a partir de la zona elástica de la curva tensión-deformación en compresión uniaxial en dirección y aplicada a una probeta con una deformación ingenieril plástica acumulada de 2,3%, que corresponde aproximadamente con el segundo dato de cada una de las gráficas de la Figura 5.3.

Los datos para este proyecto han sido obtenidos a partir de la ecuación que expresa el módulo de Young (en dirección y) en función de la densidad relativa (véase la Tabla 2.2) y que ya está calibrada por Hanssen y otros (2003):

$$E_y = C_0 + C_1 \left(\frac{\rho}{\rho_s} \right)^n$$

Ecuación 5.1. Módulo de Young en dirección y en función de la densidad relativa.

Siendo:

- E_y el módulo de Young del material en dirección y .
- ρ es la densidad de la espuma.
- ρ_s es la densidad del material que constituye la espuma.
- C_0 , C_1 y n son constantes dependientes del tipo de espuma.

Las constantes definidas por Hanssen y otros (2003) aparecen en la Tabla 5.4.

Tabla 5.4. Constantes para el cálculo del módulo de Young en dirección y .

C_0 (MPa)	0
C_1 (MPa)	0,33e6
n	2,45

Sustituyendo en la Ecuación 5.1 las constantes que aparecen en la Tabla 5.4 y la densidad del material en cada caso, se obtienen los respectivos módulos de Young (Tabla 5.5) que se emplearán en las simulaciones.

Tabla 5.5. Valores del módulo de Young en dirección y .

Material	<i>Ro1</i>	<i>Ro2</i>	<i>Ro3</i>
Módulo de Young, E_y (MPa)	377	2060	5562

Coeficiente de Poisson elástico

Ashby y otros (2000) [8] sitúan el coeficiente de Poisson elástico para cualquier tipo de material en el rango 0,31-0,34. Por tanto, poca variación en los resultados existirá escogiendo un valor para dicho coeficiente (véase la Tabla 5.6) dentro de ese rango, haciendo innecesario consultar ensayos experimentales para su obtención.

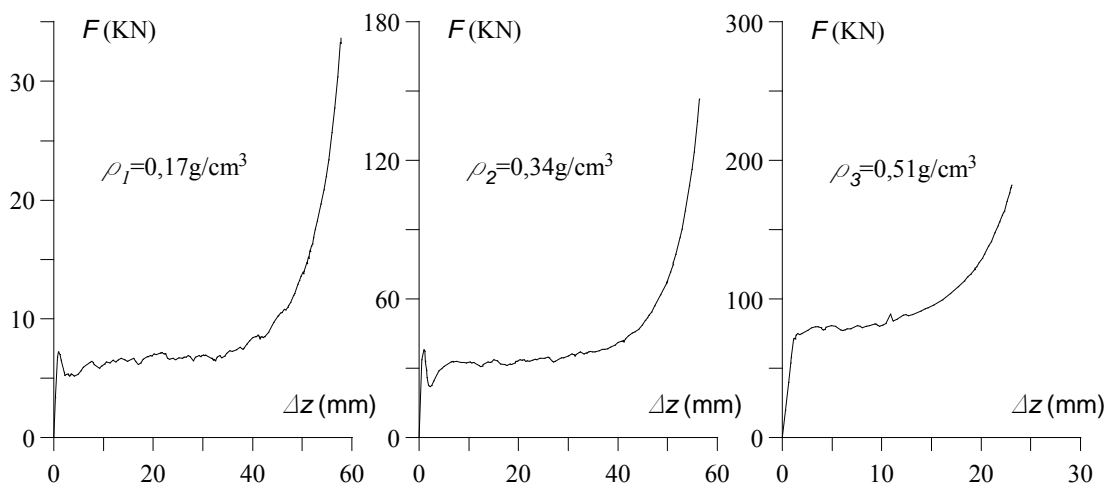
Tabla 5.6. Valores del coeficiente de Poisson elástico.

Material	<i>Ro1</i>	<i>Ro2</i>	<i>Ro3</i>
Coeficiente de Poisson elástico, ν	0,33	0,33	0,33

5.3.2 Criterio de plastificación

Los ensayos en que se ha basado la calibración del criterio de plastificación son el de compresión uniaxial (*Cal1*), compresión hidrostática (*Cal4*) y tracción uniaxial (*Cal2*) (según el modelo numérico) para conocer las tensiones de plastificación en cada uno de ellos. Estas tensiones de plastificación se pueden aproximar a la tensión de meseta en cada caso [1] (consúltese el Apartado 2.2.1.1).

Los resultados de los ensayos **compresión uniaxial (*Cal1*)** para los tres tipos de espumas aparecen en la Figura 5.4, donde se puede apreciar perfectamente la curva característica para este tipo de ensayo en espumas tal y como se describió en el Apartado 2.2.1.1. Por supuesto, los resultados que se exponen para el material de densidad ρ_3 son los obtenidos a partir de la probeta con la mitad de altura (35 mm) debido a la rotura de flancos en la probeta de altura completa (consultar la Figura 5.2).

**Figura 5.4.** Resultados experimentales del ensayo *Cal1* (curvas desplazamiento, Δz – fuerza de compresión, F) para los tres materiales [33].

Los resultados de los ensayos de **compresión hidrostática (*Cal4*)** para los tres tipos de espuma aparecen en la Figura 5.5. Pero, a diferencia de los resultados obtenidos los

ensayos *Cal4*, la curva experimental dista mucho de la curva teórica para estos materiales; la curva teórica debería ser semejante a la teórica del ensayo *Cal1* (consúltese la Ecuación 4.74).

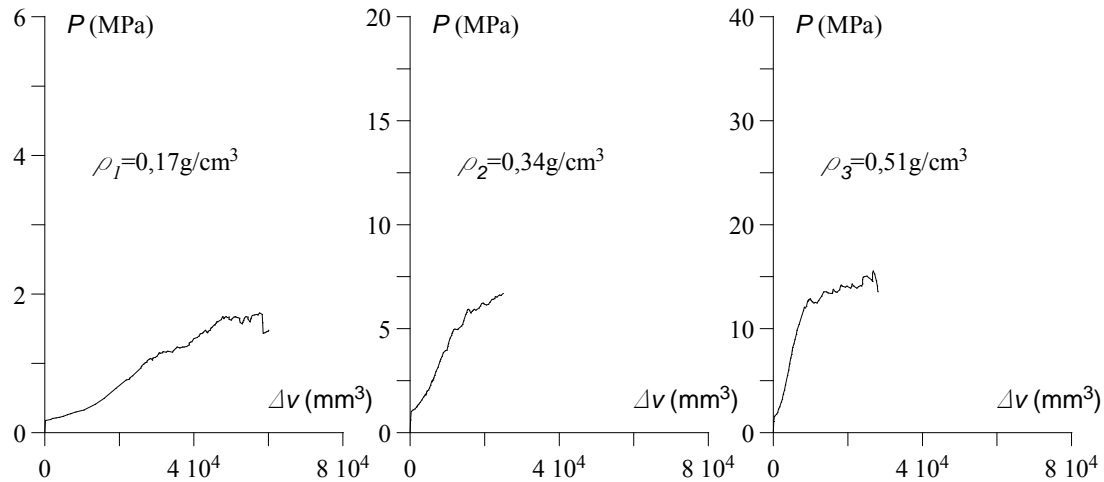


Figura 5.5. Resultados experimentales del ensayo *Cal4* (curvas variación de volumen, Δv – presión, P) para los tres materiales [33].

Estos resultados poco satisfactorios en *Cal4* pueden deberse a un problema en el diseño del utillaje. La probeta es recubierta con una membrana de goma con la intención de que el líquido de la cámara triaxial que ejerce la presión sobre la probeta no se introduzca en los poros. En los instantes iniciales del ensayo, al ir aumentando la presión hidrostática, la membrana elástica comienza a introducirse en la membrana. Este efecto dar lugar a alteraciones en los resultados. El más notable de ellos es la zona elástica con una pendiente muy pequeña. Este efecto cobra mayor importancia cuanto menor sea el tamaño de poro y, por tanto, menor sea la densidad relativa del espécimen [33].

No se dispone de los datos del ensayo de **tracción uniaxial** (*Cal2*) para las tres espumas. Este ensayo provoca la rotura frágil de las probetas precedida de una zona plástica casi inapreciable. La tensión de rotura a tracción uniaxial (σ_t) es aproximadamente igual a la tensión inicial de plastificación a compresión uniaxial (σ_c^0) [33]. El ensayo *Cal2* se utiliza en sustitución del poco usual ensayo de tracción hidrostática para la calibración del modelo de endurecimiento volumétrico. De este ensayo se obtiene un tercer punto para definir la elipse de plastificación en dicho modelo numérico.

Tampoco se poseen datos sobre el **coeficiente de Poisson plástico** (ν^p) para ningún material.

Dado que no es posible obtener una calibración fidedigna con los datos disponibles para ninguno de los modelos, se han realizado varias calibraciones para comparar posteriormente sus resultados (consúltese la Tabla 5.3).

Calibración *IsoI*, para el modelo de endurecimiento isotrópico. El flujo plástico se considera asociado y el coeficiente de Poisson plástico, nulo [21]. Por tanto, el factor de forma de la elipse de plastificación (α) y la relación de tensiones de plastificación a compresión (k) se obtienen directamente de la Ecuación 4.37 y la Ecuación 4.36.

Con estas consideraciones ($\nu^P = 0$), no existe una variación del área efectiva de las probetas, salvo en la zona elástica (totalmente despreciable). Así, se reescriben las curvas de los ensayos *Cal1* (en función de la deformación lineal, ε , y la tensión de compresión, σ) y *Cal4* (en función de la deformación volumétrica, ε_V , y la presión de compresión, p).

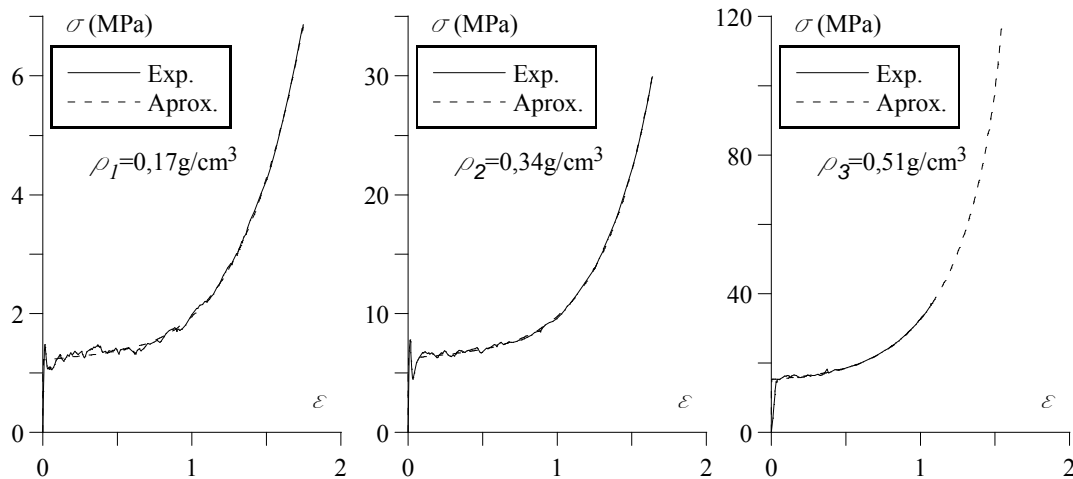


Figura 5.6. Curva experimental y aproximación (según *Iso1*) del ensayo de compresión uniaxial (*Cal1*).

A partir de los datos experimentales presentados en la Figura 5.6, la curva de endurecimiento analítica se ha ajustado mediante mínimos cuadrados (línea discontinua) a partir de la Ecuación 4.71, curva de endurecimiento para compresión uniaxial propuesta por Reyes y otros (2003) [54]. Los resultados se exponen en la Tabla 5.7.

Tabla 5.7. Factores de la ley de endurecimiento para *Iso1*.

Material	<i>Ro1</i>	<i>Ro2</i>	<i>Ro3</i>
Constante de densificación, k_D	2,77	2,07	1,67
Tensión de meseta, σ_p (MPa)	1,22	6,20	15,23
Factor lineal, γ (MPa)	0,67	2,79	6,90
Factor logarítmico, α_2 (MPa)	32,20	46,30	63,58
Exponente logarítmico, β	4,12	4,21	3,26
Prueba de χ^2	0,80	20,18	5,88
Coefficiente de correlación, R	0,998	0,996	0,999

Estos valores de los coeficientes de la curva de endurecimiento analítica serán de utilidad posteriormente: a la hora de generar los datos para definir el endurecimiento, en concreto, los pares de datos tensión-deformación necesarios para definir el endurecimiento en los modelos numéricos de Abaqus (consúltase el Apartado 5.3.3).

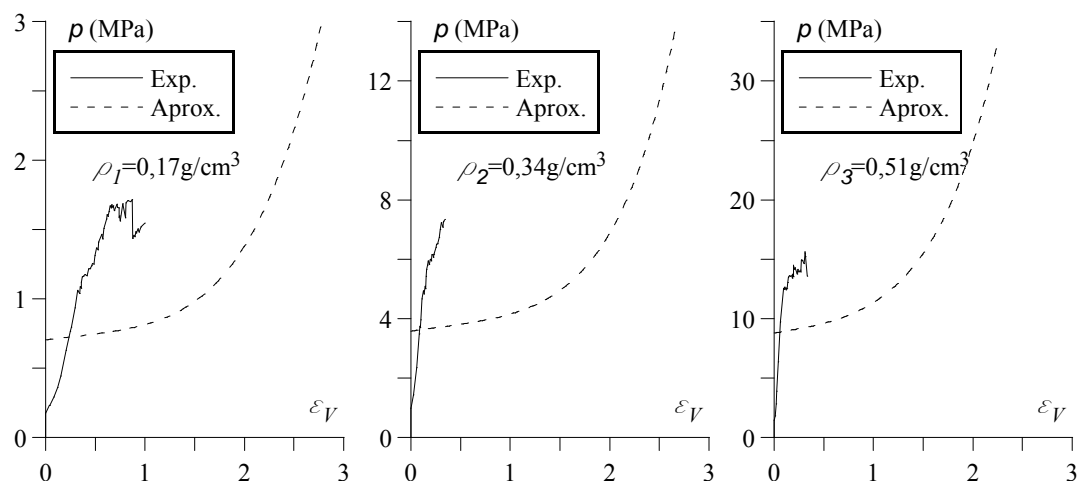


Figura 5.7. Curva experimental y aproximación (según *Iso1*) del ensayo de compresión hidrostática (*Cal4*).

En este caso (*Iso1*), la curva de compresión hidrostática aproximada no se obtiene a partir de los datos experimentales de compresión hidrostática, sino que está directamente supeditada a las suposiciones de inicio de este modelo (flujo asociado y coeficiente de Poisson plástico nulo). Para la generación de la curva de endurecimiento en compresión hidrostática se recurre de nuevo a la Ecuación 4.71 y se realizan las pertinentes transformaciones de variable propuestas por Deshpande y Fleck (2000) [21], presentes en la Tabla 4.1. Es necesario realizar dicha transformación en dos pasos: transformación magnitudes de compresión uniaxial – magnitudes equivalentes y transformación magnitudes equivalentes – magnitudes de compresión hidrostática.

Calibración *Iso2*, para el modelo de endurecimiento isotrópico. El flujo plástico sigue siendo asociado a la vez que el coeficiente de Poisson plástico (ν^p) se considera no nula, por lo que será necesario calcularlo. Si el flujo es considerado asociado, el cálculo del coeficiente de Poisson plástico es un método sencillo de obtener el factor de forma (α) [21].

El coeficiente de Poisson plástico se ha obtenido de las imágenes aportadas (véase la Figura 5.8) por Hanssen y otros (2002) [33] de una probeta del material con densidad *Ro3* antes y después de un ensayo de compresión uniaxial (*Cal 1*).

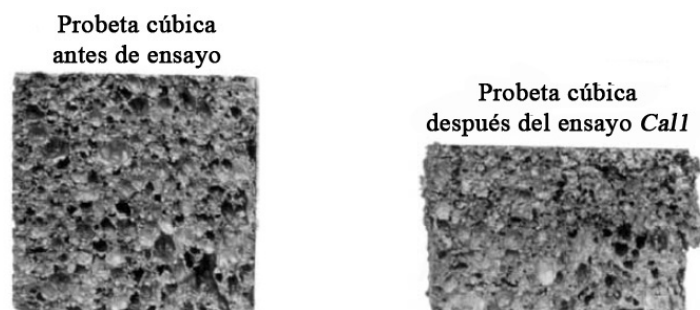


Figura 5.8. Probeta cúbica de densidad *Ro3* antes y después del ensayo *Cal1* [33].

Se ha obtenido un valor aproximado de este coeficiente mediante la ecuación que relaciona deformaciones y el coeficiente de Poisson plástico:

$$\nu^p = -\frac{\varepsilon_{11}^p}{\varepsilon_{33}^p}$$

Ecuación 5.2. Coeficiente de Poisson plástico en función de las deformaciones plásticas reales.

Donde ε_{11}^p es la deformación plástica real en dirección de la compresión y ε_{33}^p es la deformación plástica real en una dirección perpendicular a la compresión.

Los resultados obtenidos se recogen en la Tabla 5.8. Debido a que no se disponen datos para el cálculo del coeficiente de Poisson plástico para los materiales *Ro1* y *Ro2*, se ha considerado que este coeficiente es el mismo para los tres materiales. Es necesario recordar el carácter experimental de esta calibración; no buscando una buena precisión en el cálculo sino el efecto de la introducción de un valor no nulo de este coeficiente en los resultados del modelo numérico.

Tabla 5.8. Valores del coeficiente de Poisson plástico para la calibración *Iso2*.

Material	<i>Ro1</i>	<i>Ro2</i>	<i>Ro3</i>
Deformación plástica en dirección 1 (ε_{11}^p)	-	-	0,37
Deformación plástica en dirección 3 (ε_{33}^p)	-	-	-0,03
Coeficiente de Poisson plástico (ν^p)	0,09	0,09	0,09

Por otra, cabría la posibilidad (que no se ha contemplado en este proyecto) de atribuir una relación lineal entre el coeficiente de Poisson plástico y la densidad relativa del material. Es razonable que, cuanto menor sea la densidad del material, menor será el coeficiente de Poisson plástico.

Al no ser nulo el coeficiente de Poisson plástico, es necesario reescribir la curva de compresión uniaxial (*Cal1*) para su presentación en función de la deformación lineal, ε , y la tensión de compresión, σ .

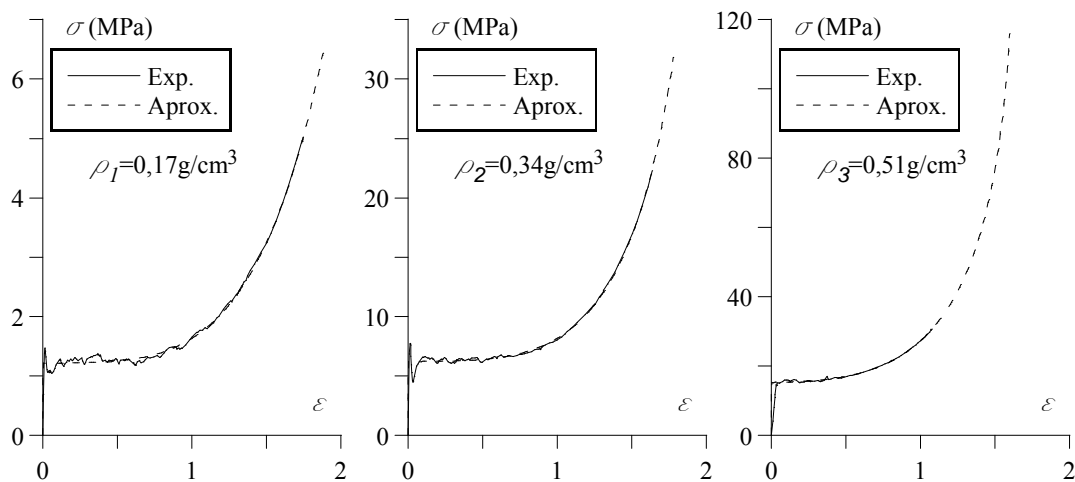


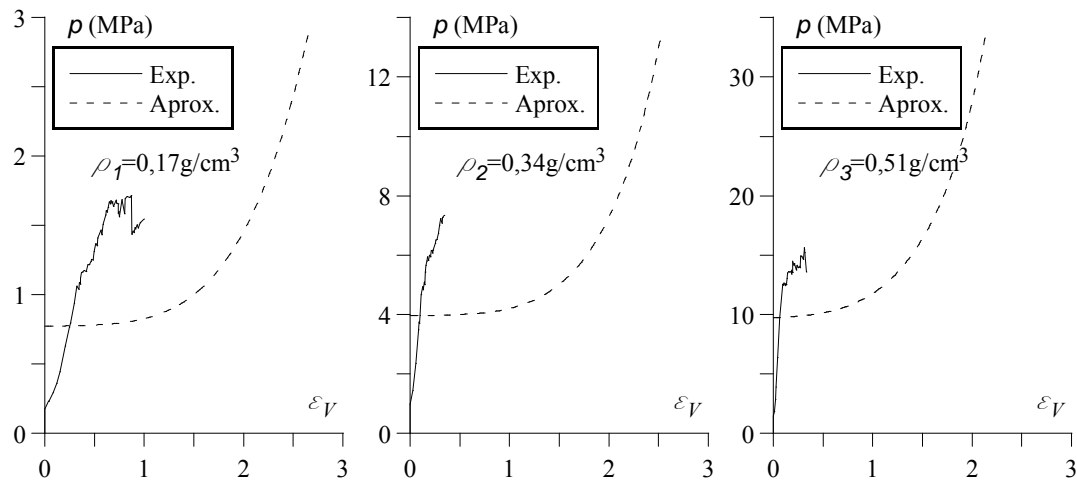
Figura 5.9. Curva experimental y aproximación (según *Iso2*) del ensayo de compresión uniaxial (*Cal1*).

Por supuesto, ha sido necesario realizar un nuevo ajuste por mínimos cuadrados de la Ecuación 4.71 (línea discontinua en la Figura 5.9), cuyos resultados se presentan en la Tabla 5.9.

Tabla 5.9. Factores de la ley de endurecimiento para *Iso2*.

Material	<i>Ro1</i>	<i>Ro2</i>	<i>Ro3</i>
Def. real de densificación, k_D	2,77	2,07	1,67
Tensión de meseta, σ_p (MPa)	1,21	6,20	15,24
Factor lineal, γ (MPa)	0,07	0,30	1,96
Factor logarítmico, α_2 (MPa)	20,77	31,88	47,29
Exponente logarítmico, β	3,90	3,98	3,09
Prueba de χ^2	0,71	19,83	5,56
Coefficiente de correlación, R	1,213	0,991	0,998

Uno de los efectos de definir un coeficiente de Poisson plástico no nulo es la disminución de la pendiente ascendente de la zona de meseta (representada por el factor lineal, γ), pudiéndose llegar a dar el caso de que este coeficiente pase a ser negativo. Este fenómeno podría dar lugar a errores en simulaciones numéricas gobernadas por cargas, como es el caso de nuestra *Cal4* (gobernada por una presión sobre la superficie de la probeta).

**Figura 5.10.** Curva experimental y aproximación (según *Iso2*) del ensayo de compresión hidrostática (*Cal4*).

Para esta calibración (*Iso2*), las curvas aproximadas para compresión hidrostática (trazo discontinuo en la Figura 5.10) se obtienen aplicando el mismo procedimiento de transformación de variables que ya se utilizara para la calibración *Iso1*.

Calibración *Iso3*, para el modelo de endurecimiento isotrópico. El flujo se ha considerado no asociado. Mientras que el coeficiente de Poisson plástico (ν^p) mantiene el mismo valor que en la calibración *Iso2* (véase la Tabla 5.8), se ha tratado de encontrar un nuevo factor de forma (α) que ajuste mejor las curvas aproximadas a las teóricas en compresión hidrostática.

Las curvas aproximadas de compresión uniaxial no varían respecto a la calibración *Iso2* (véase la Figura 5.9 y la Tabla 5.9), puesto que el coeficiente de Poisson plástico no varía.

Por el contrario, sí que es necesario aproximar la ley de endurecimiento para compresión hidrostática (Ecuación 4.73). Esta aproximación tiene por objetivo tan sólo

calcular el nuevo factor de forma (α). A partir de éste, se puede calcular la constante de proporcionalidad (relación de tensiones de plastificación a compresión, k), expresada en la Ecuación 4.9 y en la Ecuación 4.74. El resto de coeficientes son los calculados en la calibración de la ley de endurecimiento en compresión uniaxial (consúltese la Tabla 5.9).

En este caso (*Iso3*), al tratarse de flujo no asociado y coeficiente de Poisson plástico no nulo, no es posible aplicar las transformaciones presentes en la Tabla 4.1 para predecir la curva característica de cada espuma sometida a compresión hidrostática. Ello es debido a que todo el planteamiento desarrollado por Deshpande y Fleck (2000) [21], parte de las consideraciones de flujo asociado y coeficiente de Poisson plástico nulo; además, la documentación de Abaqus no aporta detalles sobre el desarrollo de sus dos modelos numéricos en estos casos (flujo no asociado y coeficiente de Poisson plástico no nulo). Aun así, se han aplicado las transformaciones presentes en la Tabla 4.1 para obtener la expresión de la curva de compresión hidrostática en función del factor de forma (α), ya que la zona inicial de la zona de meseta es prácticamente independiente del coeficiente de Poisson plástico.

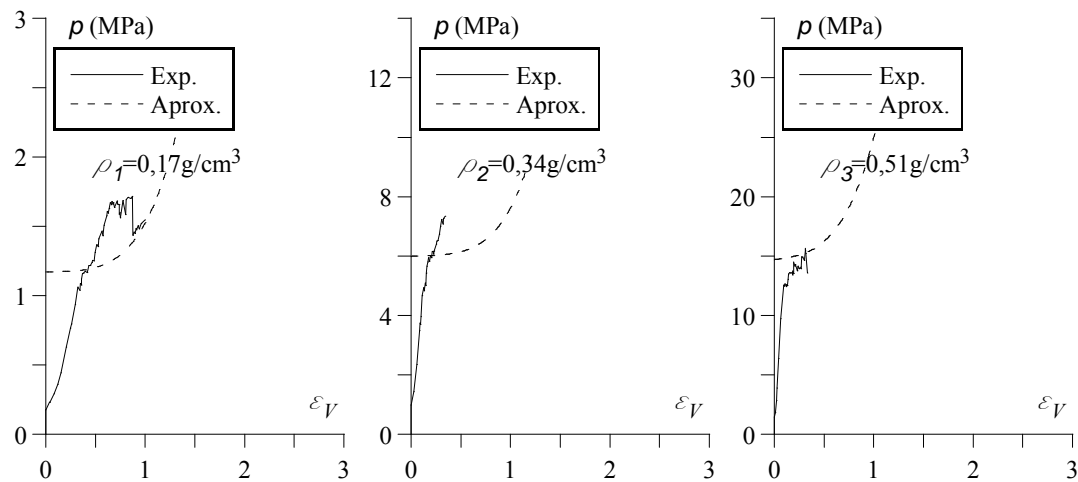


Figura 5.11. Curva experimental y aproximación (según *Iso3*) del ensayo de compresión hidrostática (*Cal4*).

En el ajuste por mínimos cuadrados (línea discontinua en la Figura 5.11), se ha despreciado la parte de la curva experimental afectada por el problema de utillaje anteriormente comentado. Además, debido a la incapacidad por calcular un factor de forma más o menos preciso como consecuencia de la escasa similitud con la curva ideal de compresión hidrostática en cada caso, se ha utilizado para los tres materiales el valor medio del factor de forma obtenido como de la media aritmética de los factores de forma de cada material. Todo ello aparece en la Tabla 5.10.

Tabla 5.10. Factores de forma de la elipse de plastificación para la calibración *Iso2*.

Material	<i>Ro1</i>	<i>Ro2</i>	<i>Ro3</i>	Medio
Relación de tensiones, k	0,95	1,04	1,12	1,04
Factor de forma, α	1,00	1,11	1,21	1,11
Prueba de χ^2	1,69	18,46	18,18	
Coeficiente de correlación, R	0,48	0,18	0,46	

Calibración Vol1, para el modelo de endurecimiento volumétrico. Para esta calibración, el flujo plástico se ha considerado asociado y la tensión de plastificación a tracción hidrostática (p_t) se iguala a la tensión de plastificación inicial a compresión hidrostática (p_c^0). De este modo, se define un valor del factor de forma (α) y de la relación de tensiones de plastificación hidrostáticas (k_t , consúltase la Ecuación 4.10). A partir de estos datos, se obtiene la relación de tensiones de plastificación a compresión (k) despejando en la Ecuación 4.8 (el valor calculado coincide ha de coincidir con el del caso *Iso1*). En el instante inicial, este criterio de plastificación es idéntico al del modelo *Iso1*, por lo que permitirá detectar diferencias entre ambos modelos en la zona de endurecimiento plástico.

Calibración Vol2, para el modelo de endurecimiento volumétrico. El flujo plástico también se considera no asociado. La relación de tensiones de plastificación a compresión (k) es la misma que la calculada para la calibración *Iso2*. La relación de tensiones de plastificación hidrostáticas (k_t) se obtiene a partir de los datos de tensiones de plastificación uniaxial inicial (p_c^0 y p_t) que aportan Hanssen y otros (2002) [33], en sus gráficas de calibración para el material *Ro2*. Todos estos datos aparecen en la Tabla 5.11.

Tabla 5.11. Datos para la definición de la elipse de plastificación inicial en la calibración *Vol2* del material *Ro2*.

Relación de tensiones de plastificación a compresión, k	1,04
Tensión a compresión uniaxial de plastificación inicial, σ_c^0	6,20
Tensión de plastificación a tracción uniaxial, σ_t	5,07

De estos datos, se pueden obtener tres puntos de la elipse de plastificación, suficientes para calcular los parámetros principales (véase la Tabla 5.13) de la elipse de plastificación del material *Ro2* en la calibración *Vol2* mediante la sustitución de dichos puntos en la ecuación de la elipse (consúltase la Ecuación 4.1) y formando un sistema de ecuaciones. Estos parámetros (k y k_t) que definen la geometría de la elipse se consideran idénticos para los tres materiales (*Ro1*, *Ro2* y *Ro3*).

Una vez descritos todos los criterios de plastificación, se presentan los datos para la definición (en Abaqus) del criterio de plastificación en cada calibración separados en dos tablas según el modelo numérico sobre el que se basa cada calibración. Es necesario reseñar que cada calibración del criterio de plastificación es válida para los tres materiales que se estudian en este proyecto. La forma de la superficie de plastificación no depende de la densidad del material, es decir, se considera α independiente de la densidad relativa. No obstante, el tamaño de cada superficie de plastificación vendrá dado por la definición del inicio de cada curva de endurecimiento plástico.

Modelo de endurecimiento isotrópico

Tabla 5.12. Parámetros de calibración para modelos de endurecimiento isotrópico.

Calibración	<i>Iso1</i>	<i>Iso2</i>	<i>Iso3</i>
Relación de tensiones de plastificación a compresión, k	1,73	1,57	1,04
Coefficiente de Poisson plástico, ν^p	0	0,09	0,09

Modelo de endurecimiento volumétrico

Tabla 5.13. Parámetros de calibración para modelos de endurecimiento volumétrico.

Calibración	Vol1	Vol2
Relación de tensiones de plastificación a compresión, k	1,73	1,04
Relación de tensiones de plastificación hidrostáticas, k_t	1	0,56

Las superficies de plastificación iniciales para el material *Ro1* se representan en la Figura 5.12.

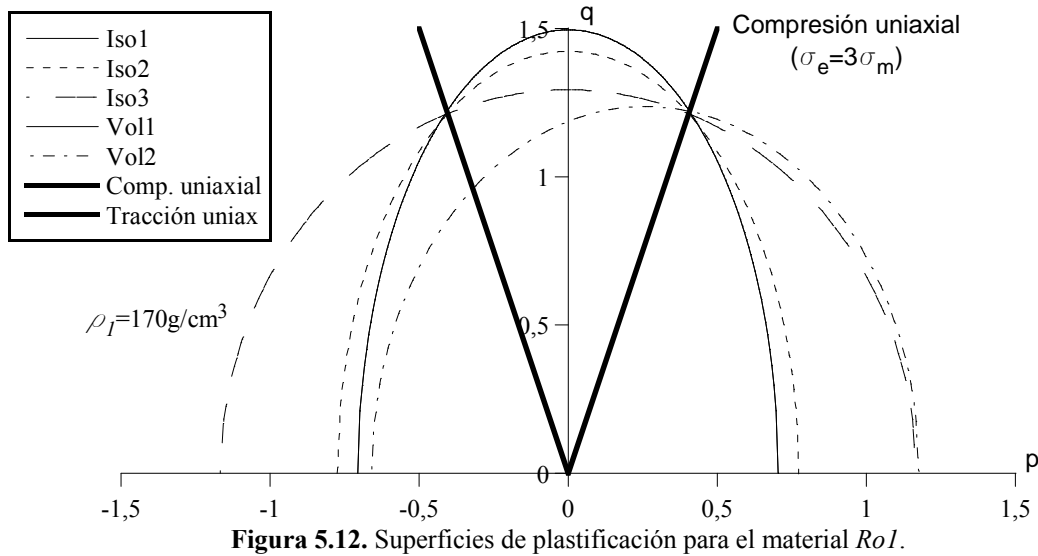


Figura 5.12. Superficies de plastificación para el material *Ro1*.

Las superficies de plastificación iniciales para el material *Ro2* se representan en la Figura 5.13.

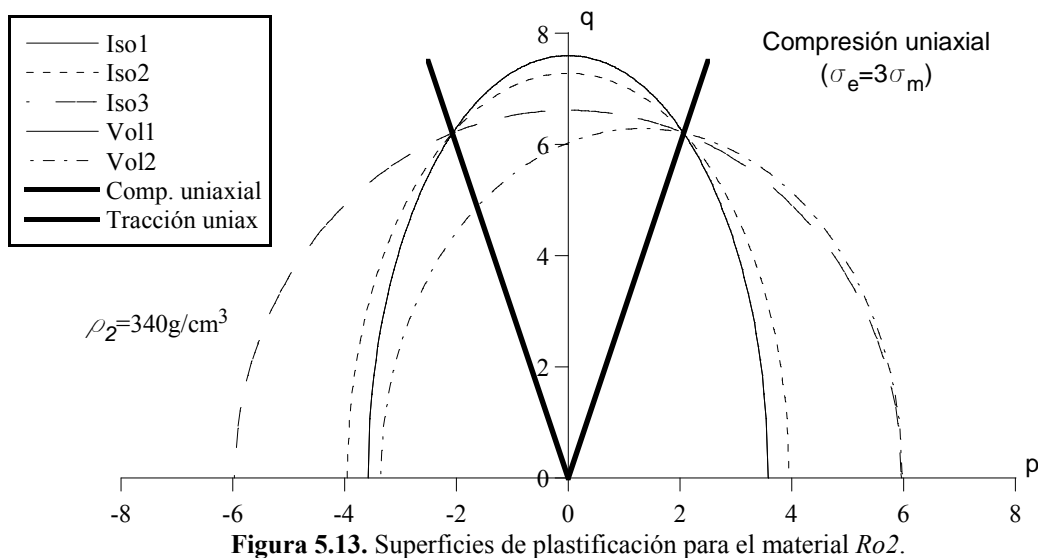


Figura 5.13. Superficies de plastificación para el material *Ro2*.

Las superficies de plastificación iniciales para el material *Ro3* se representan en la Figura 5.14.

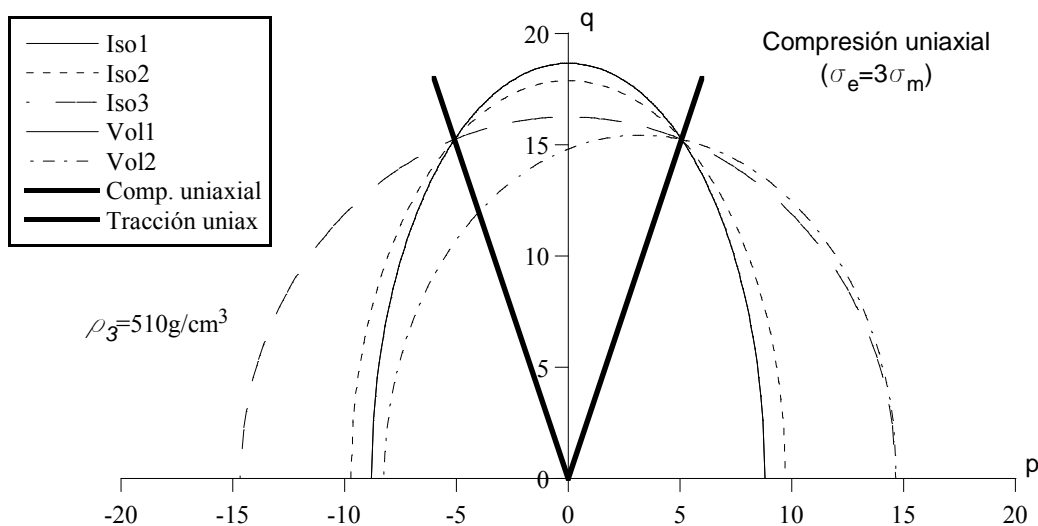


Figura 5.14. Superficies de plastificación para el material *Ro3*.

Todas las curvas (excepto las pertenecientes a las calibraciones *Iso2* e *Iso3*) comparten el punto de tensión de plastificación inicial a compresión uniaxial (σ_c^0), que es el dato que fija el tamaño de la elipse. La forma de la elipse es fijada por el factor de forma (α). Las calibraciones *Iso2* e *Iso3* poseen (para todas las densidades) una curva tensión – deformación para compresión uniaxial distinta al resto de calibraciones, pues el coeficiente de Poisson plástico no es nulo ($\nu^p = 0,09$). Al ser tan pequeño el coeficiente de Poisson plástico tan cercano a cero en estos dos casos, en las gráficas de las superficies de plastificación no se aprecia lo dicho.

5.3.3 Endurecimiento por deformación plástica

Se ha utilizado la misma curva de endurecimiento plástico para todos los modelos propuestos en cada material (véase la Figura 5.6 y la Tabla 5.7); excepto para los modelos *Iso2* e *Iso3* (véase la Figura 5.9 y la Tabla 5.9), como ya se comentó en el Apartado 5.3.2.

Tanto en el modelo de endurecimiento isotrópico como volumétrico, la curva de endurecimiento (en compresión uniaxial) debe definirse a trozos y en función de la deformación plástica acumulada en dirección de la compresión. Por ello, es necesario calcular el punto teórico del inicio de la zona plástica. Éste será el punto de intersección entre la curva de endurecimiento teórica la recta de elasticidad lineal en cada material. Así, en la Tabla 5.14, se representan los valores del punto de intersección para cada densidad (*Ro1*, *Ro2* y *Ro3*).

Tabla 5.14. Inicio teórico de la zona plástica en compresión uniaxial para cada material.

Material	$\nu^p=0$			$\nu^p=0,09$		
	<i>Ro1</i>	<i>Ro2</i>	<i>Ro3</i>	<i>Ro1</i>	<i>Ro2</i>	<i>Ro3</i>
Deformación real, ε	0,0032	0,0030	0,0027	0,0032	0,0030	0,0027
Tensión, σ (MPa)	1,22	6,20	15,24	1,21	6,21	15,24

Para generar la curva de endurecimiento de cada material, se recurre la ley de endurecimiento propuesta por Reyes y otros (2003) [54] (consúltese el Apartado

4.3.4.2) con las constantes definidas ya en la Tabla 5.7 (para las calibraciones *Iso1*, *Voll* y *Vol2*) y Tabla 5.9 (para las calibraciones *Iso2* e *Iso3*) según el caso. A la deformación obtenida mediante dicha ley, se le resta la parte elástica teórica (que aparece en la Tabla 5.14), empezando así la entrada de datos con una deformación plástica nula, como requiere Abaqus [1].

5.3.4 Endurecimiento por velocidad de deformación

El efecto de la velocidad de deformación es moderado para velocidades menores de 15 m/s [33], que es el rango de velocidad para el que se dispone de datos.

Deshpande y Fleck (1998) [20] llevaron a cabo un estudio para determinar el endurecimiento de espumas de aluminio en compresión a velocidades de deformación altas utilizando una barra Hopkinson. Concluyeron que la tensión de meseta tiene una sensibilidad casi nula a la velocidad de deformación para velocidades de deformación nominales inferiores a 5000 /s ($\dot{\epsilon} \leq 5000/s$). Sin embargo, estas referencias para la velocidad de deformación sólo pueden tenerse en cuenta en probetas de las mismas dimensiones y densidad, puesto que las espumas de aluminio son propensas a procesos de formación localizada.

Los efectos dinámicos de las cargas también pueden ser analizados a partir de la teoría de la onda de choque [55] aplicada a sólidos celulares. Esta teoría propone un incremento del nivel de tensión por detrás de la onda de choque para la tensión de meseta estática (σ_p) de la espuma mediante un término inercial:

$$\sigma_p^{din} = \sigma_p + \rho \frac{v^2}{e_D}$$

Ecuación 5.3. Efecto dinámico sobre la tensión de meseta.

Siendo:

- σ_p^{din} es la tensión de meseta contemplando efectos dinámicos.
- σ_p es la tensión de meseta estática.
- ρ es la densidad de la espuma metálica.
- v es la velocidad de carga.
- e_D es la deformación de densificación descrita en la Ecuación 4.62.

Es evidente que la respuesta dinámica de una espuma es directamente función de la velocidad de carga. Posteriormente, Tan y Reid (2000) [61] han corroborado que el término inercial puede describir la tendencia general de la respuesta dinámica sobre espumas metálicas Hydro. Aun así, se producen grandes desviaciones debido a los efectos del tamaño de celda. Se puede decir que, cuanto mayor es la densidad de la espuma, menor es su sensibilidad a la velocidad de deformación. Para espumas con densidades comprendidas entre 0,1 y 0,3 g/cm³, se dan unos efectos dinámicos acentuados en velocidad de carga entre 10 y 50 m/s.

En definitiva, el endurecimiento del material por velocidad de carga puede ser considerado únicamente de origen inercial (como muestra la Ecuación 5.3), porque el propio endurecimiento del material por velocidad de carga es insignificante. Dichos efectos inerciales se abordarán cuando sea necesario mediante un análisis dinámico y no cuasi-estáticos.

6 SIMULACIÓN NUMÉRICA

En este apartado se evalúan las calibraciones realizadas en el Apartado 5 bajo las diferentes configuraciones de carga contempladas. Por tanto, se ponen a prueba tanto los modelos numéricos disponibles en Abaqus para espumas (endurecimiento isotrópico y volumétrico) así como las calibraciones realizadas en este proyecto sobre cada uno de esos modelos para cada material.

El procedimiento para el análisis numérico ha sido:

- Análisis numérico cuasi-estático (tanto en Abaqus/Standard como en Abaqus/Explicit) de cada una de las configuraciones de carga objeto de estudio para cada una de las calibraciones en las tres densidades.
- Discusión de los resultados obtenidos y selección del modelo más realista.
- Análisis numéricos adicionales.

En todas las simulaciones que se han realizado, se ha adoptado el Sistema Internacional de Unidades (metro en longitud, segundo en tiempo y kilogramo en masa) con el fin de evitar errores relacionados con las unidades.

6.1 Descripción general de las simulaciones

Todas las simulaciones numéricas llevadas a cabo en este proyecto están realizadas sobre Abaqus. En la Tabla 6.1, aparecen las características generales de cada una de las simulaciones.

Para la confección y análisis de cada simulación numérica, se ha intentado seguir las pautas (tamaño y tipo de elemento, simetrías o forma de aplicar las cargas) marcadas tanto por Hanssen y otros (2002) [33] como por Reyes y otros (2003) [54]; siempre salvando las distancias, ya que en ambos casos la herramienta numérica empleada fue LS-DYNA.

En principio, todos los ensayos experimentales expuestos en la Tabla 5.1 (excepto *Cal3*) se pueden considerar como procesos cuasi-estáticos, ya que las fuerzas inerciales provocadas por la propia masa del material son completamente despreciables frente al resto de fuerzas presentes en los problemas planteados.

Tabla 6.1. Características generales de cada simulación numérica.

Ensayo	Elementos	Simetría	Nº elementos	Tiempo (s)	Desplazamiento (mm)
<i>Cal1</i>	C3D8R	1/4	250	0,1	55
<i>Cal4</i>	C3D8R	1/8	882	0,1	-
<i>Mval1</i>	C3D8	1/4	2912	0,1	55
<i>Mval2</i>	C3D8	1/2	500	0,1	50
<i>Mval3</i>	C3D8R	1/2	500	0,1/0,05/0,1	25/-50/55

Pues bien, se ha optado por tomar varias vías utilizando dos tipos de **paso** (*step*) para describir el proceso:

- *Static-General* (1, Apartado 6.2.2): basado en métodos de resolución implícitos. En este tipo de paso, las fuerzas inerciales no se tienen en cuenta. Por tanto, es un paso adecuado si se desprecian los fenómenos dinámicos. Además, ignora

propiedades del material dependientes del tiempo como la viscoelasticidad, pero sí tiene en cuenta el comportamiento plástico. Por otra parte, contempla el efecto de las no linealidades geométricas, de material o de las producidas por la incorporación de propiedades de contacto y fricción. En algunos casos, puede desarrollar inestabilidades localizadas, siendo posible no llegar a obtener solución del análisis, aunque Abaqus ofrece herramientas para estabilizar dichos problemas.

- *Dynamic-Explicit* (1, Apartado 6.3.3): basado en métodos de resolución explícitos, computacionalmente más eficiente que los métodos implícitos. Tiene en cuenta los fenómenos dinámicos, por lo que no es necesario realizar ninguna suposición. Además, emplea una robusta teoría para afrontar análisis en los que se esperan grandes deformaciones. También es indicado para problemas cuasi-estáticos con condiciones de contacto complicadas, por lo que es idóneo para el tipo de análisis que nos ocupa.

Se ha optado por utilizar estos dos tipos de paso para poder comparar los resultados; aunque sólo se ha podido comparar resultados en el ensayo *Call*, ya que en el resto de simulaciones con paso *Static-General* se producían inestabilidades y la consiguiente cancelación del proceso. En cada caso, se darán las razones de estas inestabilidades.

En cuanto al tiempo de incrementación, siempre se ha optado por la automática. En el caso del análisis del tipo *Static-General* se ha elegido un incremento de tiempo inicial lo suficientemente pequeño para que la primera iteración se produzca en zona elástica; ya que, de lo contrario, el control automático de incrementación puede elegir un primer incremento tan grande que sitúe la primera iteración en zona plástica. Además, siempre se ha limitado el tamaño del incremento de tiempo al 10% del tiempo total del análisis en cada caso.

En estos dos tipos de pasos, siempre se ha activado la opción *Nl-geom*, destinada a tener en cuenta las no linealidades que aparecen por grandes desplazamientos, como es el caso.

Las dimensiones y geometría de la **probeta** correspondiente a cada simulación numérica serán las mismas que las empleadas en los respectivos ensayos experimentales (véase la Tabla 5.2), salvo que se aplique algún tipo de simplificación por simetría para ahorrar tiempo de CPU.

En cuanto al **material**, se introducirán quince materiales diferentes para cada ensayo, esto es, cinco calibraciones (dos según el modelo de endurecimiento isotrópico y tres según el volumétrico, véase la Tabla 5.3) para cada una de las tres densidades (cada material se denomina a partir de su densidad *Ro1*, *Ro2* y *Ro3*, consúltase el Apartado 5.1). En general, no se han introducido criterios de rotura a tracción para ningún material, ya que casi todas las configuraciones de cargas analizadas (salvo *Mvall*) generan tensiones de compresión en la totalidad de la probeta.

En el **ensamblaje** en Abaqus siempre se ha pretendido (si procede) que la dirección de las cargas sobre la probeta se realicen en dirección *z*.

El estado de cargas de cada ensayo ha sido reproducido mediante **cargas** (restricciones de movimiento y cargas propiamente dichas) e **interacciones** (con otros cuerpos, en este

caso, del tipo cuerpo rígido, *rigid body*). Siempre se ha intentado que las cargas externas sobre la probeta sean aplicadas mediante un *rigid body*, debido a la facilidad que presentan para extraer los resultados expresados directamente en magnitud de fuerza resultante. Las interacciones entre probeta y *rigid body* siempre se han definido como un contacto entre superficies (*surface to surface*). Se ha elegido un tipo de formulación denominado método de contacto cinemático (*kinematic contact method*) y un tipo de deslizamiento denominado finito (*finite sliding*). En las propiedades de dicho contacto se ha fijado un comportamiento tangencial sin fricción y un comportamiento normal por defecto.

Para asegurar que en los análisis definidos con pasos del tipo *Dynamic-Explicit* todo el proceso sea cuasi-estático y los fenómenos dinámicos no afecten a los resultados, se ha recurrido a la aplicación de las cargas mediante una crecimiento de la amplitud a lo largo del paso suave y definida en Abaqus como *smooth step* (4, Apartado 40.3). En cada caso, serán detalladas.

El **mallado**, como ya se ha comentado, será análogo al utilizado en otros estudios. El tamaño de los elementos ha sido seleccionado a partir del tamaño mínimo de los electos presentes en los análisis numéricos de Reyes y otros (2003) [54] y que, a su vez, se basan en los estudios de Santosa y otros (2000) [57]. Al ser todos los análisis tridimensionales (salvo excepciones), los elementos que se han empleado son los denominados C3D8 y C3D8R (según el caso como se va detallando): C (elemento continuo para esfuerzos y desplazamientos), 3D (elemento tridimensional), 8 (número de nodos) y R (integración reducida en el elemento). La integración reducida es posible en algunos casos como se detallará. En definitiva, son elementos hexagonales, pertenecen a la librería de elementos de Abaqus/Standard, se encuadran en la familia de elementos destinados al análisis de esfuerzos tridimensionales y son de primer orden geométrico (1, Apartado 22.1.1).

6.2 Ensayo *Call*

Se trata de una compresión uniaxial. Este ensayo está orientado al estudio del endurecimiento que experimenta el material al provocarle una deformación plástica (mayoritariamente) en una dirección gracias dicha compresión.

La **probeta** empleada en *Call* (compresión uniaxial) es un hexaedro con 70 mm de lado. Aunque, debido a la simetría del problema en las direcciones perpendiculares a la carga, sólo es necesario representar un cuarto de la probeta en los análisis numéricos. Por tanto, las dimensiones representadas son: 35 mm de lado en la base y 70 mm de altura. El cuarto de probeta se dispondrá de tal modo que la dirección de la carga de compresión coincida siempre con el eje z .

Las **condiciones de contorno** aplicadas sobre el cuarto de probeta son varias:

- Cara externa del cuarto de probeta coincidente con el plano $z = 0$ con condición de simetría en el eje z (restringido el desplazamiento en z así como los giros en torno a ejes perpendiculares al eje z).

- Cara interna de simetría del cuarto de probeta (perpendicular al eje x) con condición de simetría en el eje x (restringido el desplazamiento en x así como los giros en torno a ejes perpendiculares al eje x).
- Cara interna de simetría del cuarto de probeta (perpendicular al eje y) con condición de simetría en el eje y (restringido el desplazamiento en x así como los giros en torno a ejes perpendiculares al eje y).

Las **cargas** que se han aplicado sobre la probeta:

- En los análisis con **paso *Dynamic-Explicit***: mediante una plancha cuadrada (50 mm de lado) con propiedades de *rigid body* denominado *analytical rigid* sobre la que se impone una restricción de desplazamiento (55 mm en el eje z y restringido el resto de giros y desplazamientos) asociada a un punto de referencia (*reference point*) para efectuar la compresión. Esta plancha ha de tener dimensiones superiores a las de la base del cuarto de probeta después de la compresión para afrontar un coeficiente de Poisson plástico no nulo.
- En los análisis con paso *Static-General*: mediante una condición de contorno de desplazamiento en el eje z (55 mm) sobre la propia superficie de la probeta.

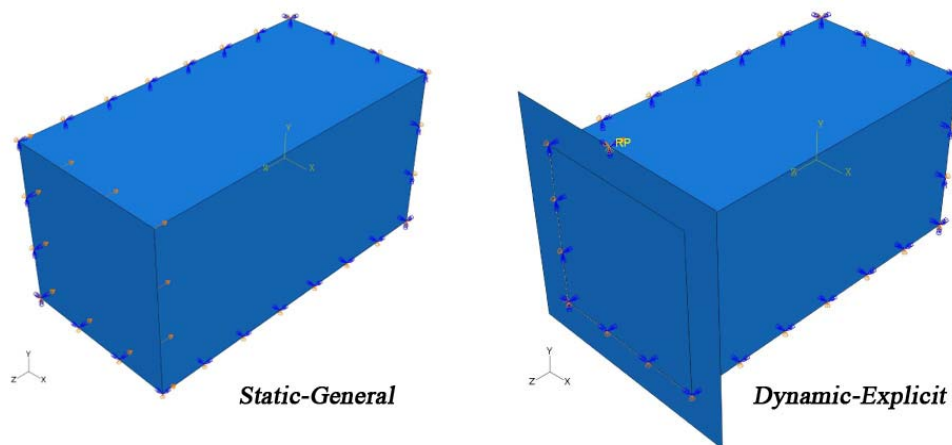


Figura 6.1. Cargas y condiciones de contorno aplicadas sobre el cuarto de probeta en el ensayo *Call* según el tipo de paso empleado.

No se ha utilizado la compresión mediante *rigid body* en las simulaciones con paso *Static-General* porque se producían inestabilidades en el proceso de cálculo que daban como resultado la cancelación de la simulación pocos instantes después del comienzo. También se intentó realizar la compresión de la probeta mediante la aplicación de una carga distribuida sobre su cara superior, pero aparecían los mismos problemas. Exactamente, se producen este tipo de errores con paso *Static-General* cuando:

- Existe una asimetría entre la elipse de plastificación y la elipse de potencial de flujo plástico de la espuma. Es decir, cuando la tensión hidrostática de plastificación a compresión (p_c) es distinta de la tensión hidrostática de plastificación a tracción (p_t). Por tanto, el error se dará por esta razón únicamente si se ha definido modelo de endurecimiento volumétrico cuando la relación de tensiones hidrostáticas de plastificación (k_t , consúltese la Ecuación 4.10) sea distinta de la unidad, como es el caso de la calibración *Vol2*.

- El coeficiente de Poisson plástico (ν^p) de la espuma es no nulo. Por tanto, el error se dará por esta razón únicamente si se ha definido un modelo de endurecimiento isotrópico con este coeficiente distinto de cero, como es el caso de las calibraciones *Iso2* e *Iso3*.

Dadas estas razones, se decidió aplicar la compresión a la probeta mediante una condición de desplazamiento directamente sobre la superficie de la probeta en todas las simulaciones con paso *Static-General* (como se muestra en la Figura 6.1).

El **mallado** que se ha elegido es bastante grueso con el fin de ahorrar coste de CPU (véase la Figura 6.2), además de ser idéntico al utilizado en otros trabajos como Hanssen y otros (2002) [33], y la solución del análisis permanece inalterada frente a análisis con mallado más fino. Todos los elementos son hexaédricos y del mismo tamaño (con lados de 7 mm), sumando un total de 250 elementos para el cuarto de probeta. El tipo de elemento empleado es el C3D8R (integración reducida y ocho nodos).

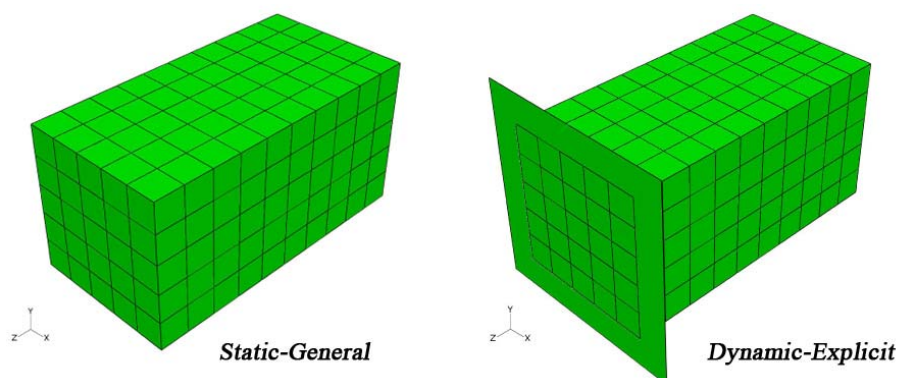


Figura 6.2. Mallado del cuarto de probeta en el ensayo *Call* según el tipo de paso empleado.

Para pasos del tipo *Static-General*, el **incremento de tiempo inicial** elegido es aproximadamente la mitad del tiempo que tarda la probeta en alcanzar la zona plástica debido al proceso de compresión. Echando mano de la Tabla 5.14 para conocer la deformación de inicio de la zona plástica y del tiempo que dura el proceso de compresión para alcanzar el desplazamiento requerido (consúltese la Tabla 6.1), se ha decidido escoger para todas las densidades y calibraciones un incremento de tiempo inicial de 0,0003 segundos. Es muy pequeño, pero es que la zona elástica es ínfima comparada con la zona plástica de la simulación.

El procedimiento para la extracción de **resultados** (fuerza resultante - desplazamiento en dirección de la compresión) es diferente en los dos tipos de simulaciones (basadas en pasos del tipo *Dynamic-Explicit* y *Static-General*). En el primer caso, gracias al empleo de un *rigid body*, se ha recurrido a los datos de fuerza de reacción en dirección de la compresión (*reaction force*, *RF3*, que habrá que multiplicar por cuatro para la totalidad de la probeta) y a los de desplazamiento en dicha dirección (*spatial displacement*, *U3*) de su punto de referencia (*referente point*, dentro del abanico de nodos únicos, *unique nodal*). En caso de las simulaciones con paso *Static-General*, al prescindir del *rigid body*, se ha recurrido a los datos de un nodo único (*unique nodal*) situado en la esquina exterior superior (no interna, recordemos que sólo se representa un cuarto de la probeta) del cuarto de probeta para leer su tensión en dirección de la compresión (*stress components*, *S33*), su desplazamiento en una de las direcciones perpendiculares a la

carga (*spatial displacement*, $U1$ o $U2$) y su desplazamiento en dirección de la carga (*spatial displacement*, $U3$). Posteriormente, estos datos se utilizan para el cálculo de la fuerza total de compresión a través de la Ecuación 6.1. Esta operación es posible en las simulaciones de *Call* porque la tensión en dirección de la compresión es la misma en todos los puntos de la probeta, mientras que la tensión en cualquier dirección perpendicular es siempre nula.

$$F = \frac{S_{33}}{(0,07 + 2U_1)^2}$$

Ecuación 6.1. Obtención de la fuerza de compresión a partir de la tensión de compresión y el área efectiva de la probeta.

Los resultados numéricos del ensayo *Call* utilizando un paso del tipo *Dynamic-Explicit* para todas las densidades y calibraciones aparecen en la Figura 6.3 en función del desplazamiento en dirección de la compresión (o variación de la altura de la probeta, Δz) y la fuerza de compresión (F).

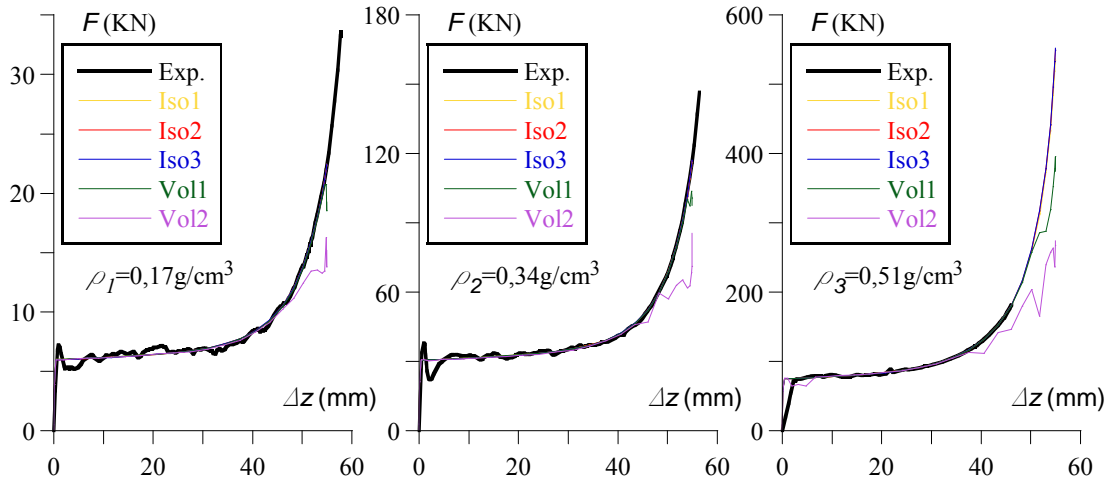


Figura 6.3. Comparación de los resultados numéricos del ensayo *Call* utilizando pasos del tipo *Dynamic-Explicit* con los resultados experimentales.

Como se puede apreciar en la Figura 6.3, los resultados presentan un ajuste prácticamente perfecto, excepto para las calibraciones *Vol1* y *Vol2* en la zona de grandes deformaciones plásticas. Se desconocen las razones últimas de este fenómeno que, para grandes deformaciones plásticas, provoca desviaciones a la baja de los resultados.

Considerando una espuma homogénea e ideal (como es el caso de la definida en las calibraciones), toda la probeta debería experimentar las mismas tensiones y comenzar a plastificar al mismo tiempo. En cambio, si la espuma presenta variaciones de densidad y, por tanto, de sus propiedades mecánicas (véase la Tabla 2.2), ni las tensiones ni el comienzo de la plastificación serán comunes para todas las zonas de la probeta [54].

La Figura 6.4 muestra el estado final del cuarto de probeta para varias calibraciones del material *Ro3*. En concreto, la calibración *Vol2* muestra el problema antes comentado: la distribución de tensiones no es homogénea en la probeta (debería serlo), se produce flujo plástico en direcciones perpendiculares a la compresión (el coeficiente de Poisson

plástico es nulo por definición en este modelo) y las superficies exteriores de la probeta dejan de ser planas y paralelas entre sí. Se ha intentado solucionar el problema eliminando la integración reducida y generando la compresión directamente con una restricción de desplazamiento sobre la superficie de la probeta, pero no ha sido posible. Por ello, esta anomalía debe ser atribuida directamente al modelo de endurecimiento volumétrico asociado a paso del tipo *Dynamic-Explicit*, ya que, como se puede comprobar en la Figura 6.5, dicho modelo numérico aplicado con un paso del tipo *Static-General* no presenta estas anomalías.

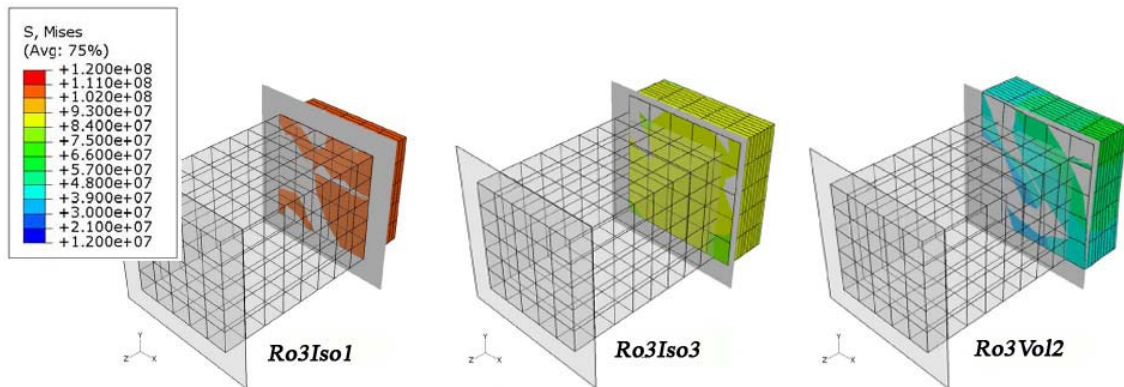


Figura 6.4. Deformada y distribución de tensión de Von Mises en el instante final del proceso de compresión (*Call*) para varias calibraciones del material *Ro3* utilizando un paso *Dynamic-Explicit*.

Los resultados numéricos del ensayo *Call* utilizando un paso del tipo *Static-General* para todas las densidades y calibraciones aparecen en la Figura 6.5.

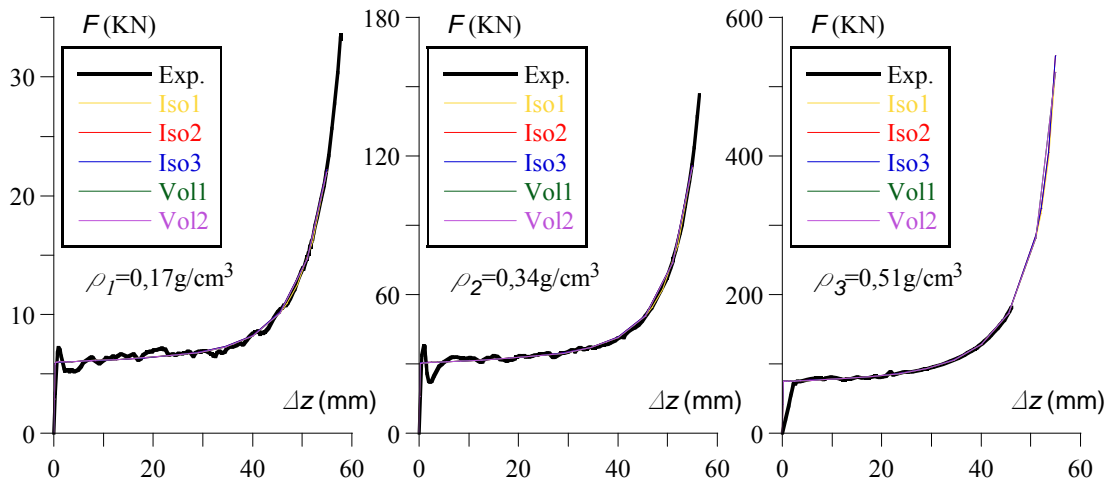


Figura 6.5. Comparación de los resultados numéricos del ensayo *Call* utilizando pasos del tipo *Static-General* con los resultados experimentales.

Los resultados con paso del tipo *Static-General* son inmejorables y se ajustan a la perfección a los resultados experimentales.

La zona elástica, al ser tan pequeña en comparación con la zona elástica, no se aprecia muy bien en las gráficas. Con el fin de comprobar que se respetan los valores elegidos del módulo de Young, se ha elaborado la Tabla 6.2. En ella, se puede apreciar tal fidelidad. El único problema encontrado para reproducir la zona plástica en pasos del tipo *Static-General* con incrementación automática es que es muy probable que el

instante en que se acaba la zona plástica no coincida con ningún tiempo de integración y, por tanto, no quede bien definido el punto de transición entre zona elástica y plástica.

Tabla 6.2. Valores del módulo de Young en cada una de las simulaciones del ensayo *Cal1*.

Módulo de Young (MPa)	Real	Iso1	Iso2	Iso3	Vol1	Vol2
Static General	Ro1	377	377,00	377,00	377,00	377,00
	Ro2	2060	2060,00	2060,00	2060,00	2060,00
	Ro3	5564	5564,00	5564,00	5564,00	5564,00
Dynamic Explicit	Ro1	377	376,81	376,81	376,81	376,81
	Ro2	2060	2059,94	2059,94	2059,94	2059,94
	Ro3	5564	5562,14	5562,14	5562,14	5562,14

Los **tiempos de cálculo** son, en este caso, reducidos debido a la sencillez del problema, a la integración reducida y a la poca cantidad de elementos que tiene el modelo. Tomando como referencia el tiempo de cálculo de la simulación *Cal1* con material *Ro1* y calibración *Iso1* (9 segundos), el tiempo relativo perteneciente a cada uno de los materiales y calibraciones para el ensayo *Cal1* aparecen en la Tabla 6.3.

Tabla 6.3. Tiempo de cálculo relativo correspondiente a las simulaciones del ensayo *Cal1*.

Tiempo de cálculo relativo	Iso1	Iso2	Iso3	Vol1	Vol2
Static General	Ro1	1,0	1,0	1,0	0,9
	Ro2	1,0	1,0	0,9	1,0
	Ro3	1,0	1,0	1,0	1,0
Dynamic Explicit	Ro1	3,0	3,1	3,4	3,2
	Ro2	4,6	4,8	5,4	4,8
	Ro3	6,1	6,4	7,0	6,8

6.3 Ensayo *Cal4*

Se trata de una compresión hidrostática. Este ensayo está orientado al estudio del endurecimiento del material al experimentar una deformación plástica en todas las direcciones provocada por dicha compresión.

La **probeta** empleada en *Cal4* (compresión hidrostática) es un cilindro con 40 mm de diámetro y 70 mm de altura. Aunque, debido a la simetría del problema en las direcciones perpendiculares a la carga, sólo es necesario representar un octavo de la probeta en los análisis numéricos. El cuarto de probeta se dispondrá de tal modo que el eje de revolución de la misma coincida siempre con el eje *z*.

El **paso** empleado es únicamente el *Dynamic-Explicit*, puesto que en el paso *General-Static* aparecían inestabilidades al entrar en zona plástica que acababan abortando la simulación.

Las **condiciones de contorno** aplicadas sobre el octavo de probeta son varias:

- Cara externa del octavo de probeta coincidente con el plano $z = 0$ (base de la probeta) con condición de simetría en el eje *z* (restringido el desplazamiento en *z* así como los giros en torno a ejes perpendiculares al eje *z*).

- Base con condición de simetría en el eje z (restringido el desplazamiento en z así como los giros en torno a ejes perpendiculares al eje z).
- Las caras internas del octavo de probeta con simetría tienen restringidos su desplazamiento en la dirección perpendicular a la superficie de dicha cara y sus giros en torno a ejes contenidos en la superficie de la cara.

Las **cargas** sobre el octavo de probeta responden a la simulación de una compresión hidrostática. Por ello, se ha aplicado sobre las superficies exteriores del octavo de probeta (véase la Figura 6.6) una carga distribuida, uniforme y perpendicular a la superficie, es decir, una presión uniforme (*uniform pressure*) [1, Apartado 27.4.3] asociada a un *smooth step* para minimizar los efectos dinámicos de la aplicación de tal carga.

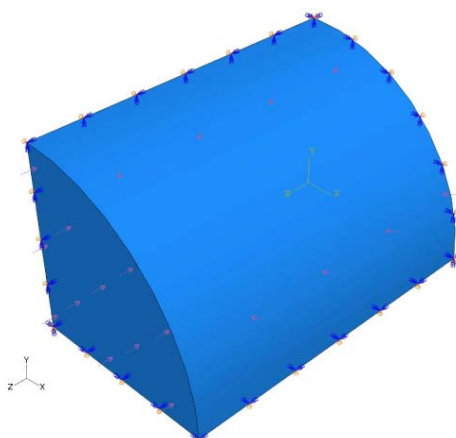


Figura 6.6. Cargas y condiciones de contorno aplicadas sobre el octavo de probeta en el ensayo *Cal4*.

El **mallado** que se ha elegido (véase la Figura 6.7) emplea elementos hexaédricos con el doble de tamaño que los empleados por Reyes y otros (2003) [54] y los resultados han sido satisfactorios (es posible que se pudiera reducir aún más el número de elementos). El elemento medio cuenta con lados de 2,5 mm sumando un total de 882 elementos para el cuarto de probeta. El tipo de elemento empleado es el C3D8R (integración reducida y ocho nodos).

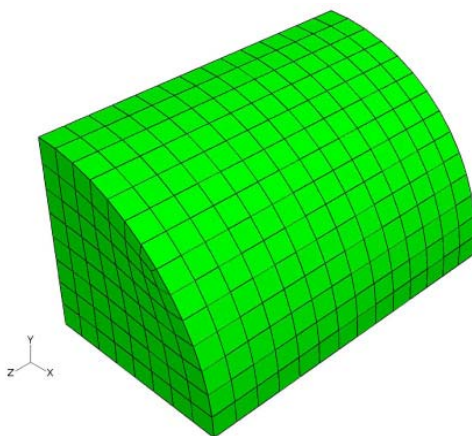


Figura 6.7. Mallado del octavo de probeta en el ensayo *Cal4*.

Los **resultados** finales presentados son valores de presión frente al incremento de volumen del octavo de probeta. Para la obtención de la presión, se ha partido del dato de tensión (*stress components*) perpendicular a la superficie de cualquier nodo situado en la

superficie de la probeta (por comodidad, uno de los situados en alguno de los ejes principales de la misma), ya que esta tensión coincide con la presión aplicada. En el caso del incremento de volumen, se ha recurrido a los desplazamientos en direcciones x y z (*spatial displacement*, $U1$ y $U3$ respectivamente) del nodo situado en la esquina inferior del cuarto de probeta que aparece en la Figura 6.7. Con estos desplazamientos, se aplica la Ecuación 6.2. Es reseñable que se ha optado por extraer datos en 50 incrementos comparados con los 20 del ensayo *Cal1*. Esto se debe a dos razones: que la curva característica de compresión hidrostática presenta una zona de meseta (véase la Figura 5.7) y que *Cal4* es un proceso gobernado por una carga (la presión) en vez de por desplazamientos. Esto provoca que, en dicha zona mesetaria, un pequeño aumento en la presión provoque un gran aumento de la deformación y, por tanto, una cantidad relativamente pobre de datos en la zona de meseta.

$$\Delta v = \pi \left(r_0^2 h_0 - (r_0 - U_1)^2 (h_0 - 2U_3) \right)$$

Ecuación 6.2. Cálculo del incremento de volumen a partir de los datos extraídos de Abaqus.

Donde:

- Δv es el incremento de volumen (definido positivo para compresión).
- r_0 es el radio inicial de la probeta (20 mm).
- h_0 es la altura inicial de la probeta (70 mm).

Los resultados numéricos del ensayo *Cal4* utilizando un paso del tipo *Dynamic-Explicit* para todas las densidades y calibraciones aparecen en la Figura 6.8 en función del incremento de volumen (Δv) y la presión (P).

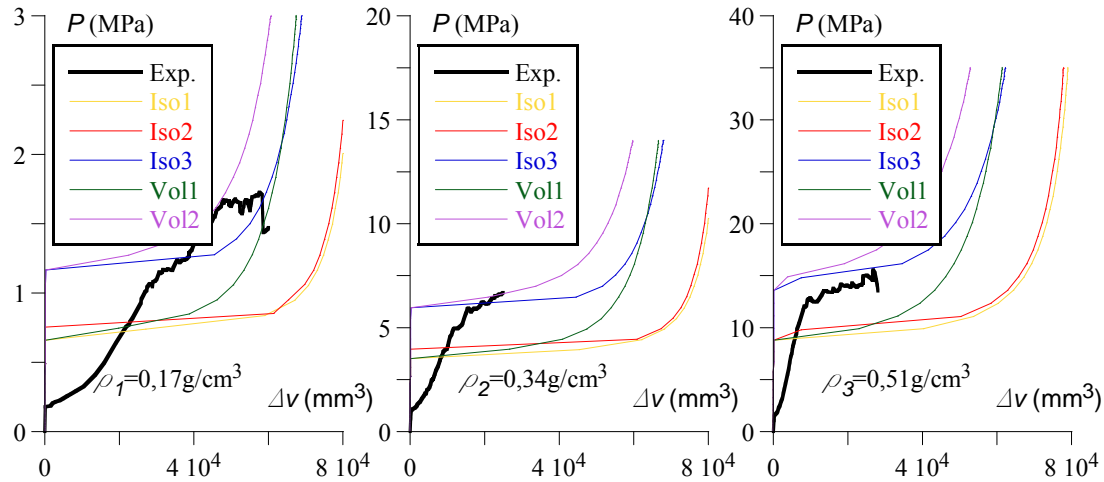


Figura 6.8. Comparación de los resultados numéricos del ensayo *Cal4* utilizando pasos del tipo *Dynamic-Explicit* con los resultados experimentales.

Los resultados de las simulaciones numéricas no se pueden aproximar a los resultados experimentales (trazo denominado “exp.” en la Figura 6.8) por varias razones: los resultados experimentales ni se ajustan a los resultados teóricos esperados ni su metodología asegura fidelidad con la realidad (problema ya comentado en el Apartado 5.3.2). Como consecuencia de estas razones, no se ha podido ni realizar una calibración

más exacta ni obtener resultados más ajustados. No obstante, en la Figura 6.8, se observa que las calibraciones más próximas a los resultados experimentales pueden ser *Iso3* y *Vol2*. Además, en dicha Figura 6.8, se pueden distinguir (para cada una de las calibraciones) las presiones de meseta y la variación de volumen en la que comienza el fenómeno de densificación. Las curvas de compresión hidrostática así como las comentadas magnitudes están relacionadas con las curvas de compresión uniaxial mediante las relaciones que aparecen en la Tabla 4.1 (para las calibraciones basadas en modelo de endurecimiento isotrópico). En el caso de las calibraciones de endurecimiento volumétrico, las tensiones están regidas por las relaciones de tensiones de dicha tabla y por la Ecuación 4.19 en lo que a deformaciones respecta.

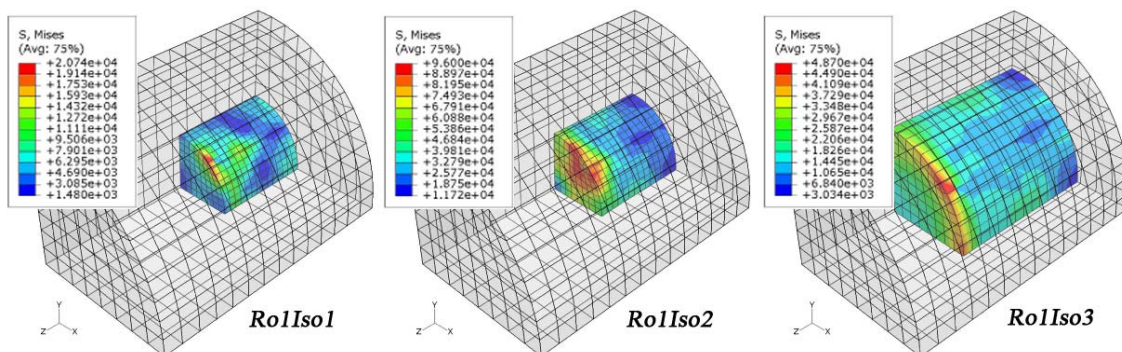


Figura 6.9. Deformada y distribución de tensión de Von Mises en el instante final del proceso de compresión hidrostática (*Cal4*) para las calibraciones del material *Ro1* basadas en el modelo de endurecimiento isotrópico.

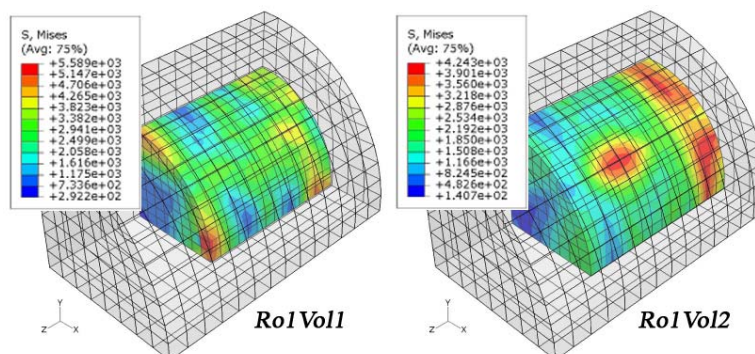


Figura 6.10. Deformada y distribución de tensión de Von Mises en el instante final del proceso de compresión hidrostática (*Cal4*) para las calibraciones del material *Ro1* basadas en el modelo de endurecimiento volumétrico.

La geometría y el estado tensional en el instante final de la compresión hidrostática para el material *Ro1* aparecen en la Figura 6.9 (endurecimiento isotrópico) y en la Figura 6.10 (endurecimiento volumétrico). La geometría del octavo de probeta se mantiene y la distribución de tensiones no es homogénea.

Los **tiempos de cálculo** son bastante más elevados que en el caso *Cal1* a pesar de la integración reducida y al empleo de elementos con dos veces el volumen recomendado por Reyes y otros (2003) [54]. Tomando como referencia el tiempo de cálculo de la simulación *Cal4* con material *Ro1* y calibración *Iso1* (4 minutos y 35 segundos), el tiempo relativo perteneciente a cada uno de los materiales y calibraciones para el ensayo *Cal4* aparecen en la Tabla 6.4 con una clara tendencia al alza en el tiempo de cálculo al aumentar la densidad del material.

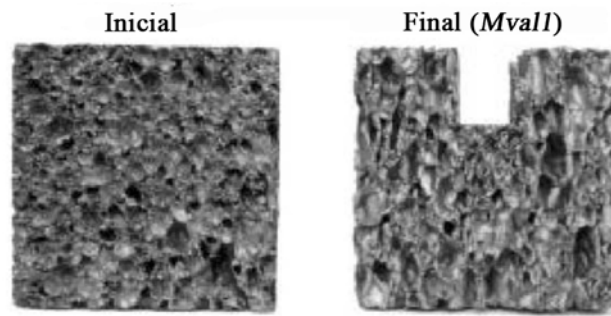
Tabla 6.4. Tiempo de cálculo relativo correspondiente a las simulaciones del ensayo *Cal4*.

Tiempo de cálculo relativo		<i>Iso1</i>	<i>Iso2</i>	<i>Iso3</i>	<i>Vol1</i>	<i>Vol2</i>
<i>Dynamic Explicit</i>	<i>Ro1</i>	1,00	0,96	0,85	1,12	1,00
	<i>Ro2</i>	1,63	1,63	1,70	1,52	1,58
	<i>Ro3</i>	2,29	2,39	2,40	2,27	2,21

6.4 Ensayo *Mval1*

Se trata de una indentación. Este ensayo está orientado al estudio de una configuración de cargas sobre la probeta muy agresiva con zonas trabajando a tracción y otras a compresión, otras con gran concentración de tensiones.

La **probeta** empleada en *Mval1* (indentación) es un hexaedro con 70 mm de lado (véase la Figura 6.11). Aunque, debido a la simetría del problema en las direcciones perpendiculares a la indentación, sólo es necesario representar un cuarto de la probeta en los análisis numéricos. Por tanto, las dimensiones representadas son: 35 mm de lado en la base y 70 mm de altura. El cuarto de probeta se dispondrá de tal modo que la dirección de la indentación coincida con el eje *z* (véase la Figura 6.12).

**Figura 6.11.** Probeta antes y después de un proceso de indentación (*Mval1*) [33].

El **paso** empleado es únicamente el *Dynamic-Explicit*, puesto que en el paso *General-Static* se producían errores debidos a la gran distorsión de algunos elementos.

Las **condiciones de contorno** aplicadas sobre el cuarto de probeta son varias:

- Cara externa del cuarto de probeta coincidente con el plano $z = 0$ (base de la probeta) con condición de simetría en el eje z (restringido el desplazamiento en z así como los giros en torno a ejes perpendiculares al eje z).
- Cara interna de simetría del cuarto de probeta (perpendicular al eje x) con condición de simetría en el eje x (restringido el desplazamiento en x así como los giros en torno a ejes perpendiculares al eje x).
- Cara interna de simetría del cuarto de probeta (perpendicular al eje y) con condición de simetría en el eje y (restringido el desplazamiento en y así como los giros en torno a ejes perpendiculares al eje y).

Las **cargas** sobre el cuarto de probeta son generadas por el contacto con el **indentador**. Éste tiene un espesor de 15 mm, una anchura superior a la de la probeta después de la indentación (para afrontar un coeficiente de Poisson plástico no nulo) y una altura superior a sus desplazamiento durante el proceso indentación (55 mm). A este

indentador se le atribuyen las propiedades de un *rigid body* denominado *analytical rigid* y se le impone una restricción de desplazamiento (55 mm en el eje z y restringido el resto de giros y desplazamientos) asociada a un punto de referencia (*reference point*) para efectuar la indentación.

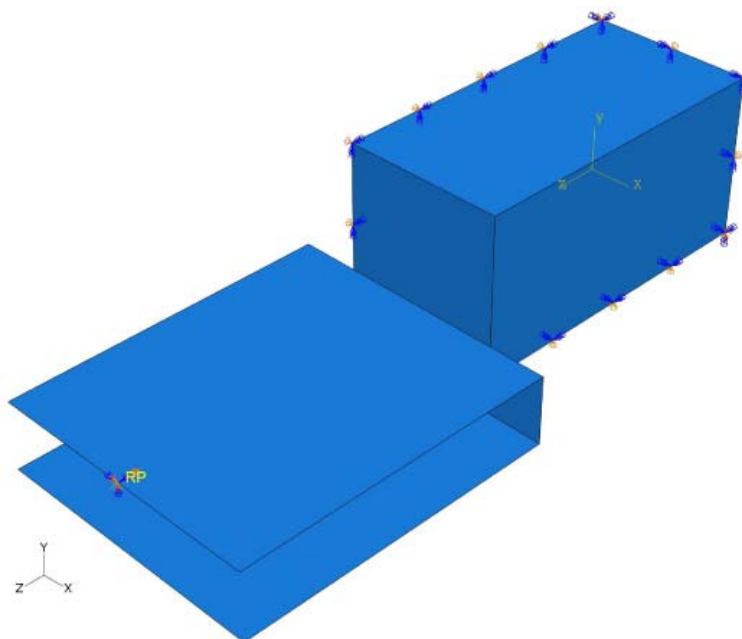


Figura 6.12. Cargas y condiciones de contorno aplicadas sobre el cuarto de probeta en el ensayo *Mvall*.

El **mallado** (véase la Figura 6.13) que se ha generado está basado en el empleado por Hanssen y otros (2002) [33] pero con modificaciones que disminuyen el número total de elementos hexagonales (se ha comprobado que no produce variación en los resultados) de 4004 a 2912 para el cuarto de probeta. Las modificaciones han sido el uso de mallado progresivo en dirección del eje z y la colocación de elementos más pequeños sólo en la zona sometida a cizalladura. El tipo de elemento empleado es el C3D8 (integración completa y ocho nodos). Se desestimó el uso de integración reducida porque se esperaban esfuerzos cortantes importantes; se comprobó que usando integración reducida se obtenían resultados incoherentes como desplazamientos imposibles o variaciones abruptas de la tensión.

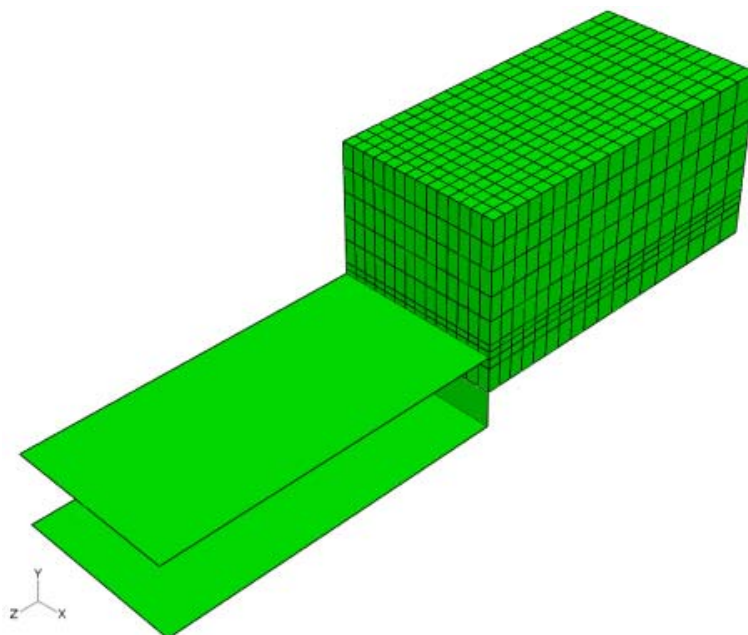


Figura 6.13. Mallado del cuarto de probeta en el ensayo *Mval1*.

Los resultados experimentales (expresados como fuerza resultante - desplazamiento en dirección de la compresión) pueden estimarse a partir de los resultados del ensayo de compresión uniaxial (*Cal1*) transformando la curva de dicho ensayo para una probeta con sección efectiva igual a la del indentador (1050 mm^2 frente a los 4900 mm^2 de la probeta de 70 mm de lado) del modo expuesto en la Ecuación 6.3.

$$F_{Mval1} = \frac{3}{14} F_{Cal1}$$

Ecuación 6.3. Relación entre la curva estimada para indentación (*Mval1*) y la curva de compresión uniaxial (*Cal1*).

Donde:

- F_{Mval2} es la fuerza resultante estimada para la curva del ensayo de compresión diagonal (*Mval2*).
- F_{Cal1} es la fuerza resultante de la curva de compresión uniaxial (*Cal1*, véase la Figura 6.3).

En la Figura 6.14, se recogen ambas curvas (experimental y estimación) en función del desplazamiento del indentador (Δz) y la fuerza que éste ejerce sobre la probeta (F). Como se puede apreciar en dicha ilustración, la forma de las curvas guarda gran parecido (zona elástica, meseta y densificación final), manteniendo una relación de proporcionalidad aproximadamente constante entre ambas excepto en la zona de depresión final de la curva de indentación. Estas similitudes se deben a que la zona por debajo de la vertical del indentador es la que más trabaja (a compresión uniaxial); la diferencia entre ambas curvas es debida a la aportación del resto de la probeta. La depresión que precede a la densificación final puede deberse al mismo fenómeno que se daba en la compresión uniaxial (*Cal1*) de la probeta de material *Ro3* (véase la Figura 5.2) por el que la probeta se debilitaba por la aparición de grietas en los flancos.

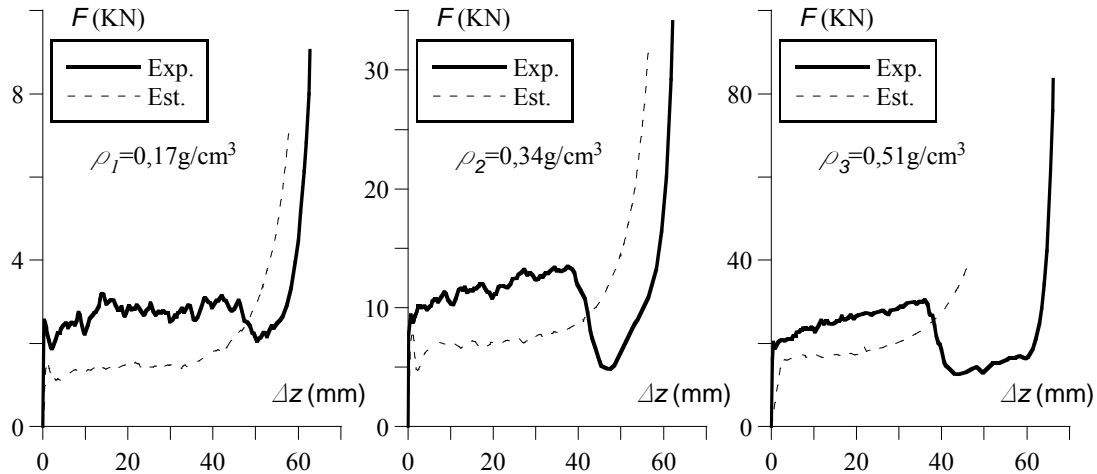


Figura 6.14. Comparación entre la curva de indentación (*Mvall*) experimental y la estimada mediante la curva de compresión uniaxial (*Call*) adaptada.

El procedimiento para la extracción de **resultados** (fuerza resultante - desplazamiento en dirección de la compresión), gracias al empleo de un *rigid body*, es sencillo: se ha recurrido a los datos de fuerza de reacción en dirección de la compresión (*reaction force*, *RF3*), que habrá que multiplicar por cuatro para la totalidad de la probeta) y a los de desplazamiento en dicha dirección (*spatial displacement*, *U3*) de su punto de referencia (*referente point*, dentro del menú de nodos únicos, *unique nodal*). También se ha optado por la extracción de resultados en 50 incrementos, como en el ensayo *Cal4*.

Los resultados numéricos del ensayo *Mvall* utilizando un paso del tipo *Dynamic-Explicit* para todas las densidades y calibraciones aparecen en la Figura 6.15 en función del desplazamiento del indentador (Δz) y la fuerza que éste ejerce sobre la probeta (F).

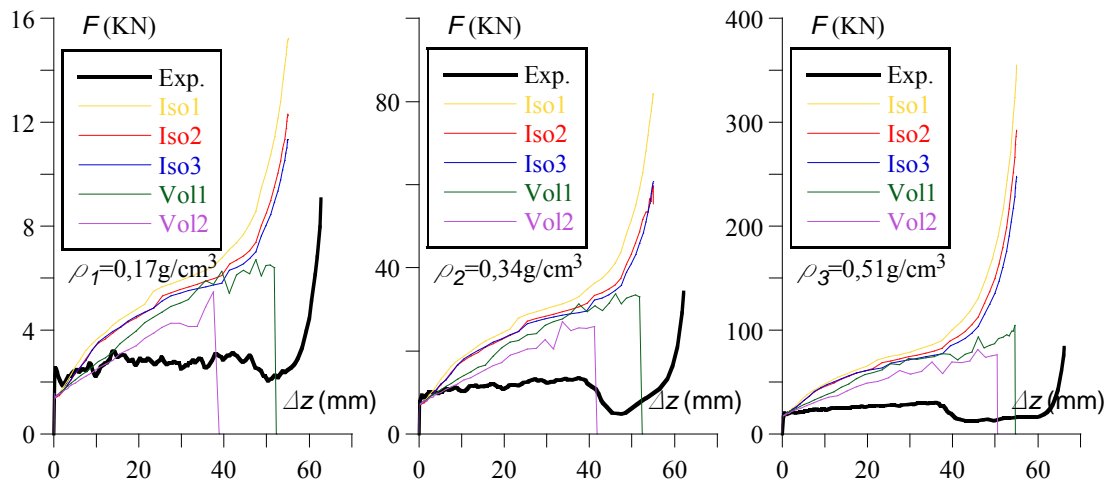


Figura 6.15. Comparación de los resultados numéricos del ensayo *Mvall* utilizando pasos del tipo *Dynamic-Explicit* con los resultados experimentales.

Claramente, los resultados de las simulaciones numéricas presentados en la Figura 6.15 son poco satisfactorios. Basta comparar el proceso de deformación real de la probeta (véase la Figura 6.11) con la deformación obtenida de los análisis numéricos (véase la Figura 6.16 y la Figura 6.17) para encontrar disparidades, que son consecuencia de una simulación errónea de la zona crítica de la probeta en este ensayo: los flancos de la

columna de espuma por bajo del indentador, es decir, la zona de concentración de tensiones sometida a esfuerzos cortantes y más concretamente la zona de la probeta en contacto con la zona de la arista del indentador (que es la única zona de la probeta que trabaja a tracción). Mientras que en la realidad se produce una rotura a tracción del material (con propagación en el eje del avance de la indentación), en las simulaciones los elementos de dicha zona experimentan una gran deformación plástica. Ello explica por qué la fuerza obtenida en las simulaciones siempre es superior a la experimental. Cabe subrayar también que con todas las calibraciones se da una distribución homogénea de tensión equivalente de Von Mises (excepto en la zona de concentración de tensiones anteriormente citada) como es de esperar de materiales con una curva de endurecimiento plástica caracterizada por una amplia zona mesetaria.

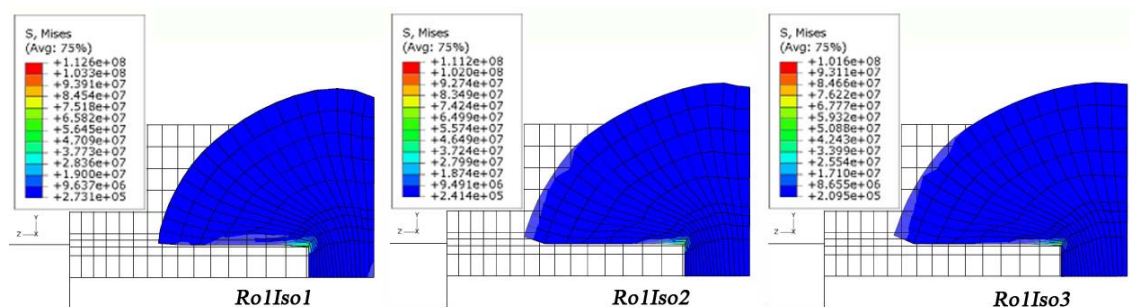


Figura 6.16. Deformada y distribución de tensión de Von Mises en el instante final del proceso de indentación (*Mvall*) para las calibraciones del material *RoI* basadas en el modelo de endurecimiento isotrópico.

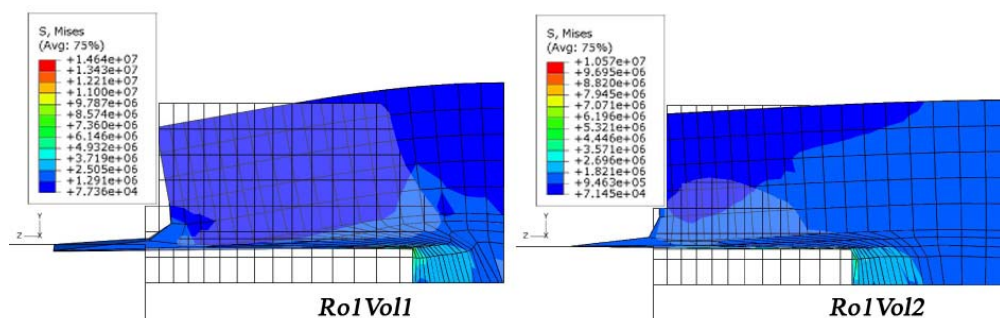


Figura 6.17. Deformada y distribución de tensión de Von Mises en el instante final del proceso de indentación (*Mvall*) para las calibraciones del material *RoI* basadas en el modelo de endurecimiento volumétrico.

Por tanto, es necesaria la introducción de un **criterio de rotura** en ambos modelos (endurecimiento volumétrico e isotrópico) para mejorar la respuesta de dichos modelos ante ensayos de indentación (*Mvall*) y, en general, ante ensayos en los que se genere concentración de tensiones. Los criterios de rotura adecuados ya fueron estudiados por Reyes y otros (2003) [54], siendo el más efectivo el que activa la rotura al superar (a tracción) la tensión principal máxima un valor crítico: el valor real de la tensión de rotura a tracción para cada material (σ_t , consúltese el Apartado 5.3.2). De este modo, la ventaja que presenta el modelo de endurecimiento volumétrico de diferenciación de tensión de plastificación a tracción y compresión sería igualada por el modelo de endurecimiento isotrópico. El problema en Abaqus es que estos dos modelos para espumas son incompatibles con cualquier criterio de rotura.

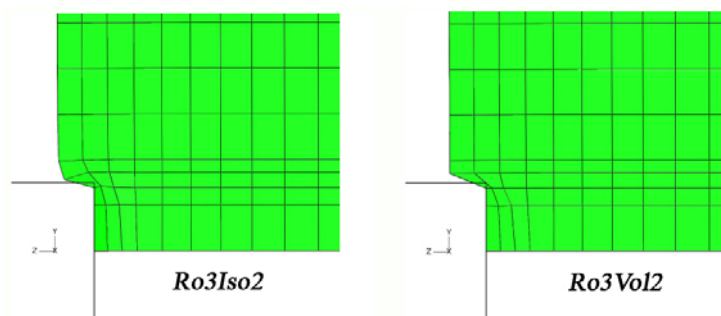


Figura 6.18. Deformada de los cuartos de probeta con calibración *Ro3Iso2* y *Ro3Vol2* en el instante 0,022s e incremento 56447 y 56441 respectivamente.

Por otra parte, las deformadas obtenidas con los dos modelos (Figura 6.16 y Figura 6.17) son muy diferentes, presentando en el caso del modelo de endurecimiento volumétrico una gran distorsión de los elementos que acaba provocando la cancelación del proceso de cálculo aproximadamente al 80% de su fin. También cabe destacar que se produce intrusión por parte del indentador (superficie maestra, *master slave*) en la superficie de la probeta (superficie esclava, *slave surface*) en la zona del ángulo recto de la punta del indentador debido a la complejidad del contacto en dicha zona (véase la Figura 6.18). La única solución para minimizar dicha intrusión sería generar un mallado más fino en la probeta [1, Apartado 29.4.6].

Los **tiempos de cálculo** son los más elevados de cuantos análisis numéricos se han realizado en este proyecto debido a la complejidad del problema y al gran número de elementos utilizado. Tomando como referencia el tiempo de cálculo de la simulación *Mval1* con material *Ro1* y calibración *Iso1* (38 minutos y 19 segundos), el tiempo relativo perteneciente a cada uno de los materiales y calibraciones para el ensayo *Mval1* aparecen en la Tabla 6.5 (casillas sombreadas en caso de que se haya abortado el proceso) con una clara tendencia al alza en el tiempo de cálculo en las calibraciones sobre el modelo de endurecimiento volumétrico y al aumentar la densidad del material.

Tabla 6.5. Tiempo de cálculo relativo correspondiente a las simulaciones del ensayo *Mval1*.

Tiempo de cálculo relativo		<i>Iso1</i>	<i>Iso2</i>	<i>Iso3</i>	<i>Vol1</i>	<i>Vol2</i>
Dynamic Explicit	<i>Ro1</i>	1,00	1,01	1,12	3,40	1,43
	<i>Ro2</i>	1,54	1,58	1,74	5,64	2,84
	<i>Ro3</i>	2,10	2,10	2,25	9,68	6,28

También se podrían realizar simulaciones en dos dimensiones para reducir los tiempos de cálculo o aumentar el número de elementos.

6.5 Ensayo *Mval2*

Se trata de una compresión diagonal. Este ensayo está orientado al estudio del comportamiento de los modelos al ejercer una fuerza compresión en una dirección diagonal sobre un área variable. En otras palabras, se estudia el endurecimiento plástico bajo una combinación de tensiones de compresión en dos direcciones perpendiculares contenidas en uno de los planos de simetría de la probeta.

La **probeta** empleada en *Mval2* (compresión diagonal) es un hexaedro con 70 mm de lado (véase la Figura 6.19). Debido a la simetría del problema en las direcciones

perpendiculares a la carga, sólo sería necesario representar un cuarto de la probeta en los análisis numéricos; pero se ha optado por realizar los análisis numéricos sobre la mitad de la probeta por permitir un mallado más homogéneo. Por tanto, las dimensiones representadas son: 70 mm de lado en la base y 35 mm de altura. El cuarto de probeta se dispondrá de tal modo que la dirección de la carga diagonal de compresión coincida siempre con el eje z (véase la Figura 6.20).

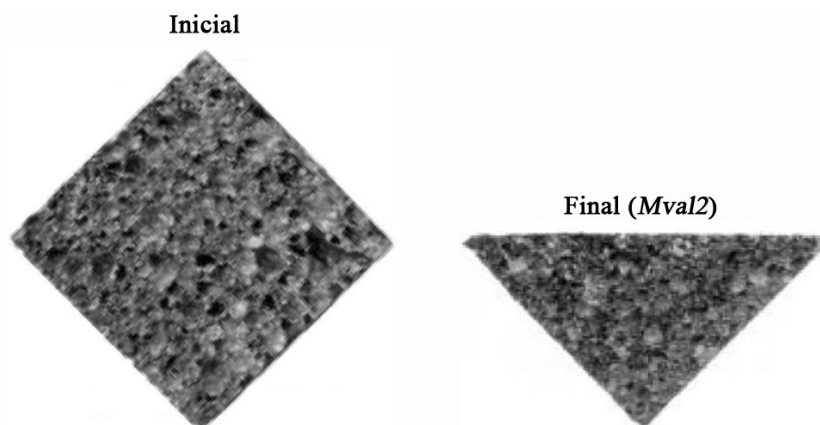


Figura 6.19. Probeta antes y después de un proceso compresión diagonal (*Mval2*) [33].

El **paso** empleado es únicamente el *Dynamic-Explicit*, puesto que en el paso *General-Static* se producían errores debidos al contacto con la placa que produce la compresión diagonal en los instantes inicial, abortando el mismo.

Las **condiciones de contorno** aplicadas directamente sobre la mitad de la probeta es sólo una: la cara interna de simetría de la mitad de probeta (perpendicular al eje x) con condición de simetría en el eje x (restringido el desplazamiento en x así como los giros en torno a ejes perpendiculares al eje x). Por otra parte, otras condiciones de contorno están supeditadas al contacto con dos superficies rígidas (*rigid body*, del tipo *analytical rigid*) paralelas a dos caras de la mitad de probeta y con la totalidad de sus desplazamientos y giros restringidos (a través del empotramiento de los correspondientes puntos de referencia, *referente point*), como también se muestra en la Figura 6.20. Dicha **interacción**, como el resto de los contactos definidos en este proyecto, se suponen ideales (como ya se describieron en el Apartado 6.1).

Las **cargas** que generan la compresión diagonal (*Mval2*) se han generado mediante la interacción de la mitad de probeta con una plancha rectangular (120x50 mm) con propiedades de *rigid body* denominado *analytical rigid* sobre la que se impone una restricción de desplazamiento (50 mm en el eje z y restringido el resto de giros y desplazamientos) asociada a un punto de referencia (*reference point*) para efectuar la compresión. Todas las planchas han de tener dimensiones superiores a las de la base del cuarto de probeta después de la compresión para afrontar un comportamiento con coeficiente de Poisson plástico no nulo (consúltese la Tabla 5.12).

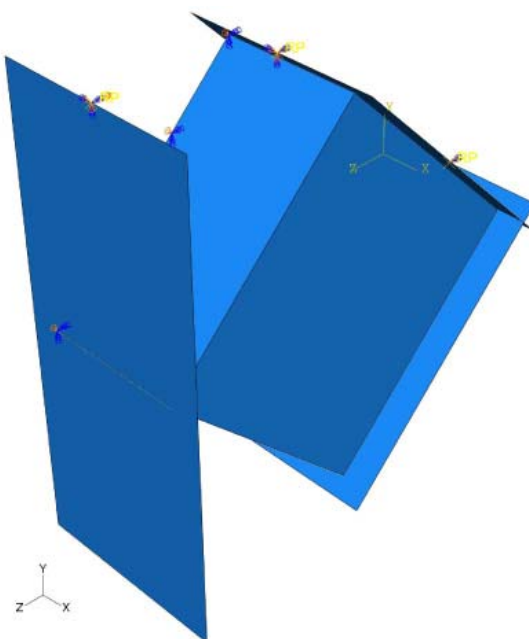


Figura 6.20. Cargas y condiciones de contorno aplicadas sobre el cuarto de probeta en el ensayo *Mval2*.

El **mallado** (véase la Figura 6.21) que se ha generado es idéntico al empleado por Hanssen y otros (2002) [33]. Todos los elementos son hexaédricos y del mismo tamaño (con lados de 7 mm), sumando un total de 500 elementos para el cuarto de probeta. El tipo de elemento empleado es el C3D8 (integración completa y ocho nodos) por la complejidad del estado tensional de la probeta en este ensayo.

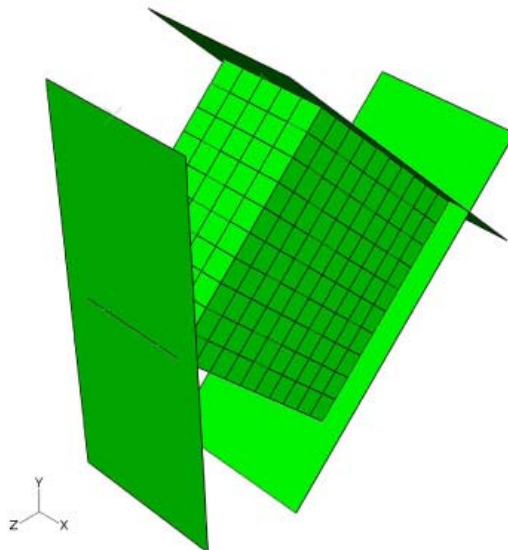


Figura 6.21. Mallado de la mitad de probeta en el ensayo *Mval2*.

Los resultados experimentales (expresados como fuerza resultante - desplazamiento en dirección de la compresión) pueden estimarse a partir de los resultados del ensayo de compresión uniaxial (*Cal1*) transformando la curva de dicho ensayo para una probeta con sección efectiva dependiente del avance (Δz) de la placa que genera la compresión. Imaginemos una probeta ortoédrica de 70 mm de lado sometida a compresión diagonal en la que la placa de compresión hubiese avanzado Δz . Aproximadamente, y aplicando geometría, la superficie de contacto entre placa y probeta tendría unas dimensiones de

70 mm por $2\Delta z$. De este modo, se puede adaptar la curva de compresión uniaxial ($Call$) del modo expuesto en la Ecuación 6.4.

$$F_{Mval2} = \frac{\Delta z}{35} F_{Call}$$

Ecuación 6.4. Relación entre la curva estimada para compresión diagonal ($Mval2$) y la curva de compresión uniaxial ($Call$).

Donde:

- F_{Mval2} es la fuerza resultante estimada para la curva del ensayo de compresión diagonal ($Mval2$).
- F_{Call} es la fuerza resultante de la curva de compresión uniaxial ($Call$, ver Figura 6.3).
- Δz es el avance de la placa que genera la compresión diagonal.

En la Figura 6.22, se recogen ambas curvas (experimental y estimación) en función del desplazamiento de la citada placa (Δz) y la fuerza que ésta ejerce sobre la probeta (F). Como se puede apreciar en dicha ilustración, en los instantes iniciales, la curva experimental posee una relación casi lineal con el desplazamiento de la placa y las curvas estimadas se adaptan casi perfectamente (mejor cuanto mayor es la densidad del material) a las experimentales obtenidas en el ensayo $Mval2$. Avanzado ya el proceso de compresión diagonal, la curva estimada experimenta un endurecimiento por densificación heredado de la curva de compresión uniaxial ($Call$), mientras que la curva experimental no. Ello se debe a que en estos momentos comienza a deformarse plásticamente el hemisferio inferior de la probeta preferentemente frente al endurecimiento por deformación (densificación) del hemisferio superior de dicha probeta.

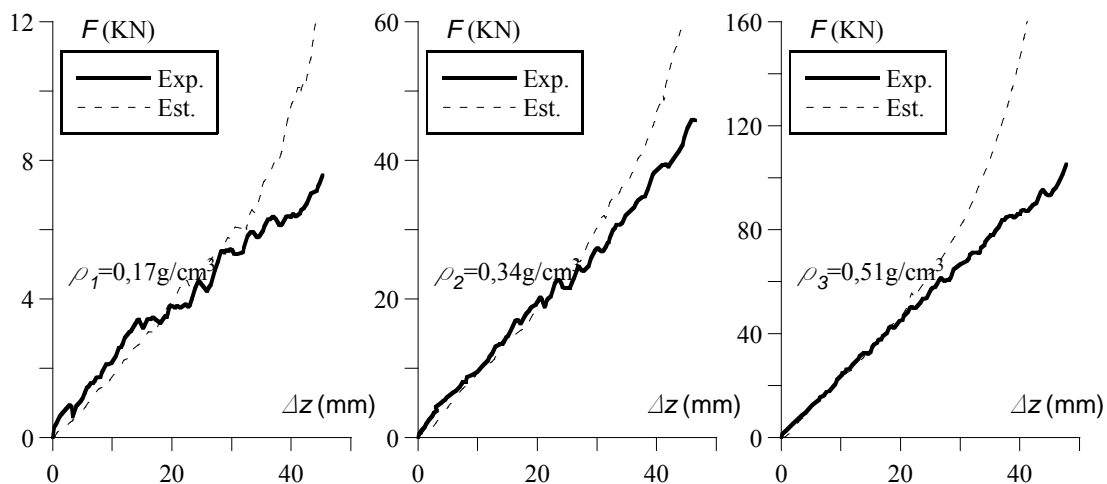


Figura 6.22. Comparación entre la curva de compresión diagonal ($Mval2$) experimental y la estimada mediante la curva de compresión uniaxial ($Call$) adaptada.

El procedimiento para la extracción de **resultados** (fuerza resultante - desplazamiento en dirección de la compresión), gracias al empleo de un *rigid body*, es sencillo: se ha recurrido a los datos de fuerza de reacción en dirección de la compresión (*reaction force*, $RF3$, que habrá que multiplicar por dos para la totalidad de la probeta) y a los de

desplazamiento en dicha dirección (*spatial displacement*, U_3) de su punto de referencia (*reference point*, dentro del menú de nodos únicos, *unique nodal*). También se ha optado por la extracción de resultados en 50 incrementos, como en el ensayo *Cal4*.

Los resultados numéricos del ensayo *Mval2* utilizando un paso del tipo *Dynamic-Explicit* para todas las densidades y calibraciones aparecen en la Figura 6.23 en función del desplazamiento del indentador (Δz) y la fuerza que éste ejerce sobre la probeta (F).

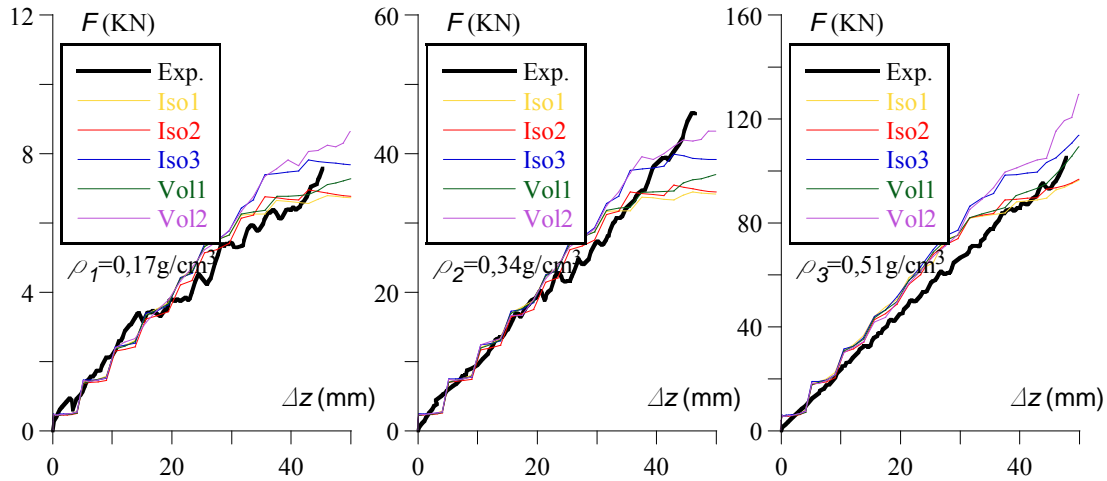


Figura 6.23. Comparación de los resultados numéricos del ensayo *Mval2* utilizando pasos del tipo *Dynamic-Explicit* con los resultados numéricos.

Los análisis numéricos se aproximan a la realidad con bastante precisión, siempre los primeros con una tendencia al alza sobre los resultados experimentales. Quizás, las calibraciones menos adecuadas sean la *Iso3* y la *Vol2*, es decir, las que poseen una relación de tensiones de plastificación a compresión menor ($k = 1,04$, consúltese la Tabla 5.12 y la Tabla 5.13). No obstante, en momentos iniciales del proceso (compresión diagonal), todas las calibraciones presentan los mismos resultados ajustados a la realidad y afectados por una serie de unas oscilaciones abruptas debidas al contacto entre la placa compresiva y las superficies de la probeta. Cada salto se corresponde con la entrada en contacto de uno o varios nodos del mallado con dicha placa y se podrían evitar o minimizar (los saltos) empleando un mallado más fino que aumentaría considerablemente los tiempos de cálculo. En la zona final del ensayo, la curva experimental incrementa su pendiente mientras que las curvas resultantes de los análisis numéricos se estancan. Este efecto puede ser atribuido a que en esta zona de la curva el hemisferio inferior de la probeta comienza a plastificar masivamente y, en los análisis numéricos, las superficies inferiores de la probeta deslizan libremente por la “cuna” de apoyo de la misma (véase la Figura 6.24 y Figura 6.25) gracias al contacto definido sin fricción en su comportamiento tangencial (*tangencial behavior*, *frictionless*) facilitando así la plastificación de este hemisferio inferior de la probeta.

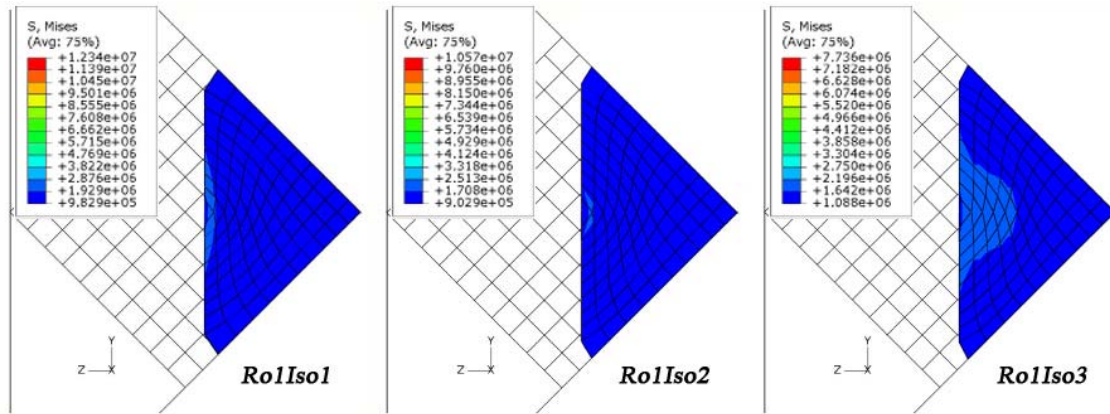


Figura 6.24. Deformada y distribución de tensión de Von Mises en el instante final del proceso de compresión diagonal ($Mval2$) para calibraciones del material *Ro1* basadas en el modelo de endurecimiento isotrópico.

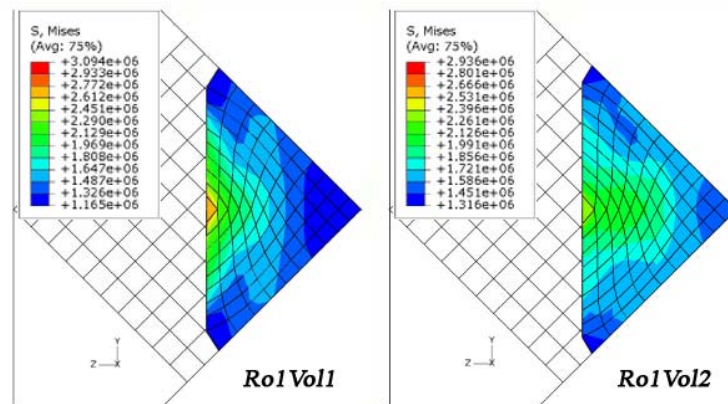


Figura 6.25. Deformada y distribución de tensión de Von Mises en el instante final del proceso de compresión diagonal ($Mval2$) para calibraciones del material *Ro1* basadas en el modelo de endurecimiento volumétrico.

Se ha probado a limitar este deslizamiento libre de las paredes definiendo un contacto de comportamiento tangencial con rozamiento (*tangencial behavior, penalty*) no nulo, con dos valores para el coeficiente de rozamiento ($\mu = 0,1$ y $\mu = 0,2$). Los resultados aparecen en la Figura 6.26 y, como se puede comprobar, el aumento del coeficiente de rozamiento provoca una elevación de la curva obtenida del análisis numérico en su parte final (en la zona de grandes desplazamientos). Aun así, no es posible valorar cuál es el coeficiente de rozamiento más idóneo, pues la curva experimental experimenta un cambio de tendencia justo al final de ésta y no se dispone de datos para mayor desplazamiento de la placa de compresión.

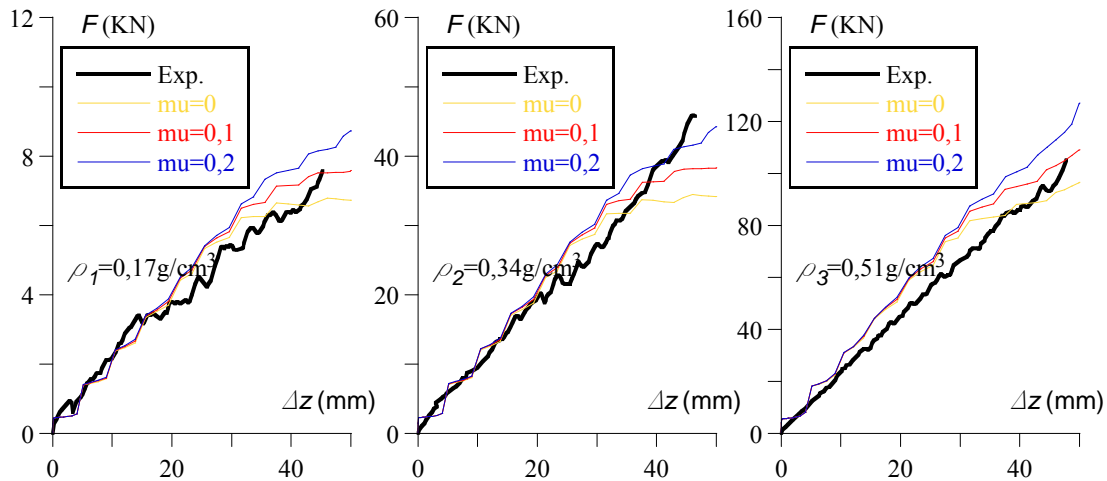


Figura 6.26. Comparación entre los resultados numéricos con la calibración *Iso1* en cada densidad empleando tres coeficientes de rozamiento para la compresión diagonal (*Mval2*) y los resultados experimentales.

También se barajó la posibilidad de usar integración reducida en los elementos de la probeta con el fin de disminuir el tiempo de cálculo. Como se comprueba en la Figura 6.27, los resultados son similares con integración reducida y completa. Aun así, se optó por utilizar integración completa, pues los tiempos de cálculos son pequeños.

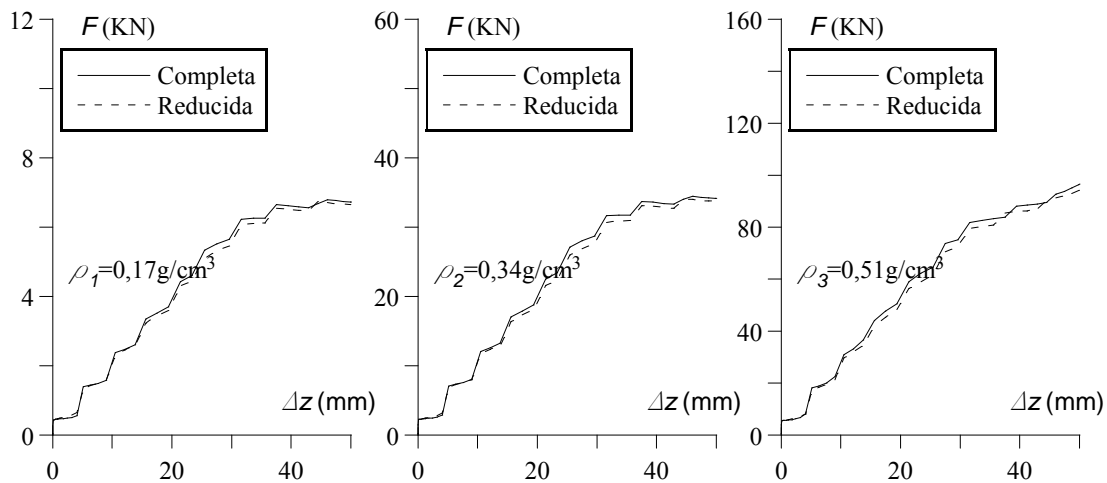


Figura 6.27. Comparación entre los resultados numéricos con la calibración *Iso1* y los tres materiales empleando elementos con y sin integración reducida para la compresión diagonal (*Mval2*).

Los **tiempos de cálculo** son bastante reducidos y parecidos a los del ensayo de compresión hidrostática (*Cal4*, consúltese la Tabla 6.4). Tomando como referencia el tiempo de cálculo de la simulación *Mval2* con material *Ro1* y calibración *Iso1* (3 minutos y 46 segundos), el tiempo relativo perteneciente a cada uno de los materiales y calibraciones para el ensayo *Mval2* aparecen en la Tabla 6.6 con los supuestos iniciales, es decir, mallado de 500 elementos con integración completa y contacto entre elementos sin fricción tangencial.

Tabla 6.6. Tiempo de cálculo relativo correspondiente a las simulaciones del ensayo *Mval2*.

Tiempo de cálculo relativo		<i>Iso1</i>	<i>Iso2</i>	<i>Iso3</i>	<i>Vol1</i>	<i>Vol2</i>
<i>Dynamic Explicit</i>	<i>Ro1</i>	1,00	1,01	1,12	3,40	1,43
	<i>Ro2</i>	1,54	1,58	1,74	5,64	2,84

	<i>Ro3</i>	2,10	2,10	2,25	9,68	6,28
--	-------------------	------	------	------	------	------

6.6 Ensayo *Mval3*

Se trata de una compresión uniaxial en dos etapas (y dos direcciones). Este ensayo está orientado al estudio del efecto que tiene la compresión uniaxial en una dirección sobre el endurecimiento plástico del material por medio de una segunda compresión uniaxial sobre la misma probeta en otra dirección perpendicular a la primera. A primera vista, y según el modelo de endurecimiento isotrópico, una compresión y deformación plástica en una dirección debería provocar el mismo endurecimiento por deformación plástica en todas las direcciones del material. En resumen, el ensayo consta de dos compresiones uniaxiales consecutivas:

- Primera compresión: 25 mm sobre la probeta virgen (provocará una deformación ingenieril permanente de aproximadamente un 35%).
- Segunda compresión: 55 mm sobre la misma probeta y en dirección perpendicular a la compresión previa.

La **probeta** empleada en *Mval3* (compresión uniaxial en dos direcciones) es un hexaedro con 70 mm de lado (véase la Figura 6.28). Aunque, debido a la simetría del problema en las direcciones perpendiculares a la carga, sólo es necesario representar la mitad de la probeta en los análisis numéricos. Por tanto, las dimensiones representadas son: 70 mm de lado en la base y 35 mm de altura. La mitad de probeta se dispondrá de tal modo que la dirección de la carga de compresión en el primer estado coincida con el eje y y que la dirección de la carga de compresión en el segundo estado coincida con el eje z .

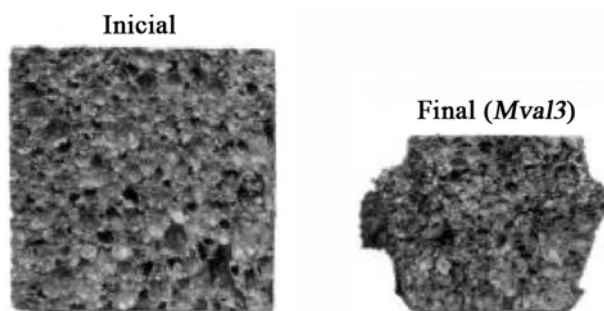


Figura 6.28. Probeta antes y después de un proceso de compresión en dos fases (*Mval2*) [33].

El **paso** empleado es únicamente el *Dynamic-Explicit*. Para poder abordar el proceso de compresión en dos etapas, se han definido tres pasos por este orden: compresión en el eje y (0,1 segundos), descompresión en el eje y (0,05 segundos) y compresión en el eje z (0,1 segundos).

Las **condiciones de contorno** aplicadas sobre el cuarto de probeta para el proceso de compresión y descompresión en el eje y son:

- Cara externa de la mitad de probeta coincidente con el plano $y=0$ con condición de simetría en el eje y (restringido el desplazamiento en z así como los giros en torno a ejes perpendiculares al eje y).

- Cara interna de simetría de la mitad de probeta (perpendicular al eje x) con condición de simetría en el eje x (restringido el desplazamiento en x así como los giros en torno a ejes perpendiculares al eje x).
- Cara interna de simetría de la mitad de probeta (perpendicular al eje z) con condición de simetría en el eje z (restringido el desplazamiento en z así como los giros en torno a ejes perpendiculares al eje z).

Y para el proceso de compresión en el eje z son:

- Cara externa de la mitad de probeta coincidente con el plano $z = 0$ con condición de simetría en el eje z (restringido el desplazamiento en z así como los giros en torno a ejes perpendiculares al eje z).
- Cara interna de simetría de la mitad de probeta (perpendicular al eje y) con condición de simetría en el eje y (restringido el desplazamiento en x así como los giros en torno a ejes perpendiculares al eje y).

Las **cargas** que generan la compresión en dos etapas (*Mval3*) se han obtenido mediante la interacción de la mitad de probeta con tres planchas rectangulares (80x100 mm) con propiedades de *rigid body* denominado *analytical rigid* sobre las que se impone una restricción de desplazamiento asociada al respectivo punto de referencia (*reference point*) para efectuar la compresión. Según el paso, estas condiciones de desplazamiento son:

- Compresión en el eje y : 25 mm en el sentido negativo del eje y (que provocará una deformación plástica ingenieril del 35% aproximadamente) y restringido el resto de giros y desplazamientos para la plancha perpendicular al eje y . Las otras dos planchas tienen restringidos todos sus giros y desplazamientos.
- Descompresión en el eje y (sólo un *rigid body*): 50 mm en el sentido positivo del eje y y restringido el resto de giros y desplazamientos para la plancha perpendicular al eje y . Las otras dos planchas tienen restringidos todos sus giros y desplazamientos.
- Compresión en el eje z : desplazamiento en el eje z suficiente para obtener una deformación de al menos 55 mm en la probeta y restringido el resto de giros y desplazamientos para las dos planchas perpendiculares al eje z . Hay que señalar que estas dos planchas se encuentran inicialmente separadas 4 mm de la probeta para permitir el efecto Poisson plástico durante la compresión en el eje y (véase la Figura 6.29); por tanto, es necesario un desplazamiento de al menos 31,5 mm para obtener una deformación en la probeta de 55 mm durante la compresión en el eje z . Las probetas que se hayan definido con coeficiente de Poisson plástico no nulo tendrán una dimensión mayor en dirección del eje z al inicio de la segunda fase de compresión, ya que la primera fase de compresión ha provocado efecto de Poisson plástico en el eje z . La plancha perpendicular al eje y ya no tiene ninguna función y se le restringen todos sus giros y desplazamientos.

Todas las planchas han de tener dimensiones superiores a las de la base del cuarto de probeta después de la compresión para afrontar un comportamiento con coeficiente de Poisson plástico no nulo (consúltese la Tabla 5.12).

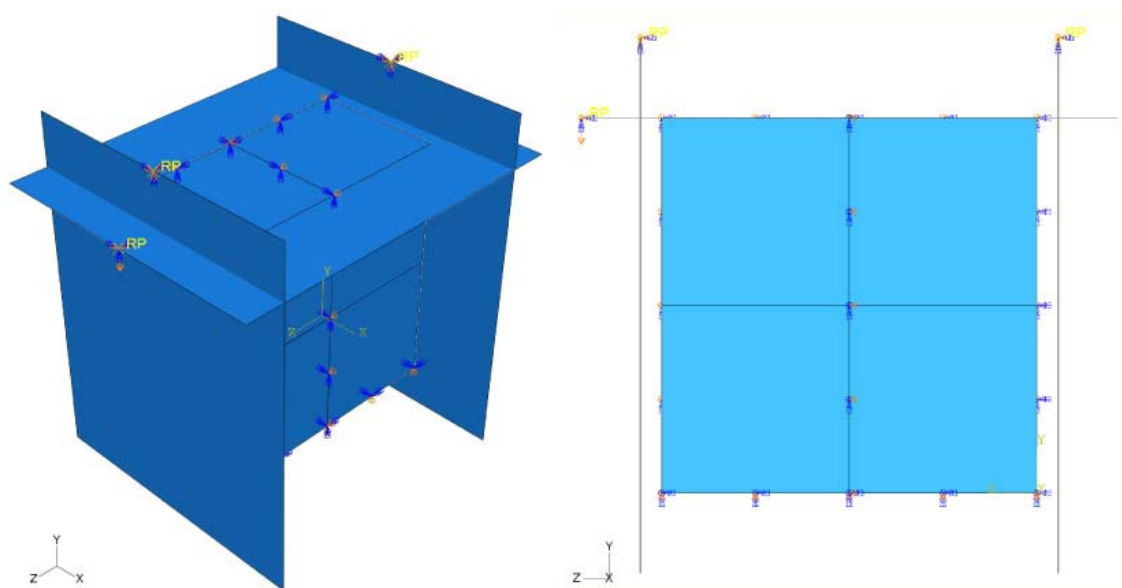


Figura 6.29. Cargas y condiciones de contorno aplicadas sobre el cuarto de probeta en la primera fase (compresión en dirección del eje y) del ensayo *Mval3*.

El **mallado** (véase la Figura 6.30) que se ha generado es idéntico al empleado por Hanssen y otros (2002) [33]. Todos los elementos son hexaédricos y del mismo tamaño (con lados de 7 mm), sumando un total de 500 elementos para el cuarto de probeta. El tipo de elemento empleado es el C3D8R (integración completa y ocho nodos), ya que no se han encontrado diferencias al emplear elementos de integración completa.

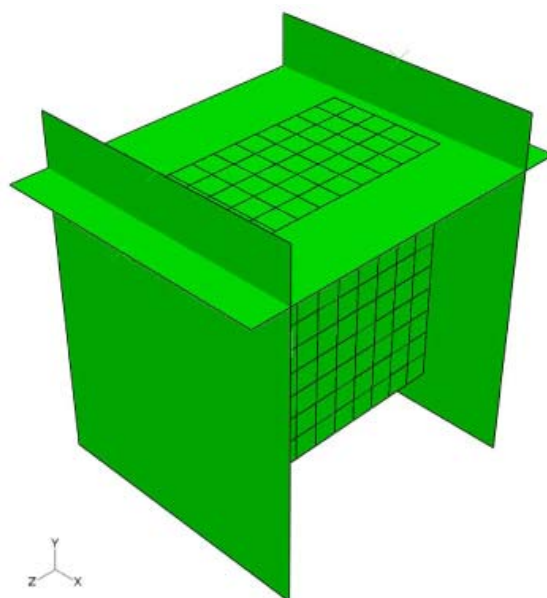


Figura 6.30. Mallado de la mitad de probeta en el ensayo *Mval3*.

Partiendo de los supuestos de coeficiente de Poisson plástico nulo y zona elástica despreciable frente a la zona plástica, los resultados experimentales para la fase de compresión en el eje z (expresados como fuerza resultante - desplazamiento en dirección de la compresión) pueden estimarse a partir de los resultados del ensayo de compresión uniaxial (*Call*) transformando la curva de compresión de dicho ensayo teniendo en cuenta que:

- La sección de la probeta se ha visto reducida (de 4900 mm² a 3150 mm²) debido a la primera fase de compresión (en el eje y) con un desplazamiento de 25 mm en dicho eje.
- La probeta, al inicio de la segunda fase de compresión (en el eje z), cuenta ya con una deformación plástica acumulada procedente de la primera fase de compresión (en el eje y).
- Dicha deformación plástica ha provocado un endurecimiento del material.

Según los modelos numéricos estudiados en el Apartado 4.3, en compresión uniaxial, la deformación plástica equivalente (deformación volumétrica en el caso del modelo de endurecimiento volumétrico) coincide con la deformación plástica en la dirección de la compresión, y considerando su carácter aditivo:

$$\hat{\varepsilon}^{Mval3} = \varepsilon_y^{Mval3} + \varepsilon_z^{Mval3}$$

Ecuación 6.5. Expresión de la deformación plástica equivalente para el ensayo de compresión en dos fases ($Mval3$).

Donde:

- $\hat{\varepsilon}^{Mval3}$ es la deformación plástica equivalente en el proceso de compresión en dos fases ($Mval3$).
- ε_y^{Mval3} es la deformación plástica adquirida durante la primera fase de compresión (en el eje y).
- ε_z^{Mval3} es la deformación plástica adquirida durante la segunda fase de compresión (en el eje z).

Partiendo de que, en compresión uniaxial, la deformación plástica equivalente coincide con la deformación plástica en dirección de la compresión (consúltese la Tabla 4.1) y que el endurecimiento viene dado por la deformación plástica equivalente (consultar Ecuación 4.56), se puede establecer la siguiente relación entre deformaciones de plásticas de ambos ensayos ($Call$ y $Mval3$):

$$\varepsilon_z^{Call} = \varepsilon_y^{Mval3} + \varepsilon_z^{Mval3}$$

Ecuación 6.6. Relación entre deformaciones plásticas reales pertenecientes a los ensayos $Call$ y $Mval3$.

Reescribiendo la Ecuación 6.6 en función de los desplazamientos ($\Delta z = z_0 - z$) y prediciendo un desplazamiento de 25 mm en la compresión en la dirección del eje y :

$$\Delta z_{Mval3} = 70 \left(1 - \frac{70}{45} \right) + \frac{70}{45} \Delta z_{Call}$$

Ecuación 6.7. Relación entre desplazamientos en el eje z pertenecientes a los ensayos $Call$ y $Mval3$ para la segunda fase de compresión (en dicho eje).

Donde:

- Δz es el desplazamiento en el eje z .
- z_0 es la dimensión inicial de la probeta en el eje z .

- z es la dimensión final de la probeta en el eje z .
- Δz_{Mval3} es el desplazamiento en el eje z en el ensayo de compresión en dos fases ($Mval3$) tras una fase de compresión de 25 mm en el eje y .
- Δz_{Cal3} es el desplazamiento en el eje z en el ensayo de compresión uniaxial ($Cal1$, ver Figura 6.3).

Por otra parte, la tensión equivalente para una deformación equivalente dada es la misma en ambos ensayos (ver Tabla 4.1). Por esta razón, sólo es necesario realizar la corrección por la pérdida de sección efectiva debida a la primera fase de compresión (en el eje y):

$$F_{Mval3} = \frac{45}{70} F_{Cal1}$$

Ecuación 6.8. Relación entre fuerzas resultantes en el eje z pertenecientes a los ensayos $Cal1$ y $Mval3$ para la segunda fase de compresión (en dicho eje).

Donde:

- F_{Mval2} es la fuerza resultante estimada para la curva del ensayo de compresión diagonal ($Mval2$).
- F_{Cal1} es la fuerza resultante de la curva de compresión uniaxial ($Cal1$, ver Figura 6.3).

En la Figura 6.31, en función del desplazamiento de la citada placa (Δz) y la fuerza que ésta ejerce sobre la probeta (F), se recogen ambas curvas (experimental y estimación):

- Experimental: curva experimental obtenida de la segunda fase de compresión (en el eje y) previamente sentida a compresión en el eje y (desplazamiento de 25 mm).
- Estimación 1: curva estimada a partir de la curva experimental de compresión uniaxial ($Cal1$) aplicando las equivalencias de desplazamiento (ver Ecuación 6.7) y de fuerza (ver Ecuación 6.8).
- Estimación 2: curva estimada a partir de la curva experimental de compresión uniaxial ($Cal1$) aplicando únicamente la equivalencia de fuerza (ver Ecuación 6.8), es decir, no se tiene en cuenta el endurecimiento previo (debido a la primera fase de compresión) experimentado por el material de la probeta.

Como se puede apreciar en dicha ilustración, la curva experimental no se asemeja a ninguna de las estimadas y se observa un debilitamiento generalizado del material debido a la primera compresión. En la zona elástica, se percibe una disminución considerable del módulo de Young (una variación del orden de 90% a 98% respecto a los valores iniciales), más acusada cuanto mayor es la densidad inicial de la espuma. En la zona elástica, aparece una zona de meseta (más clara cuanto mayor es la densidad del material inicial) con tensiones en dicha zona muy inferiores a las teóricamente esperadas del endurecimiento por la primera fase de compresión (curva “Est. 1”). Tal es el debilitamiento que las tensiones de meseta son también inferiores a las esperadas de una probeta de material virgen, es decir, de una probeta (de sección efectiva 70x45 mm²) que no ha sido sometida la primera fase de compresión (curva “Est. 2”). Por otra parte, el fenómeno de densificación llega al mismo tiempo que en ambas estimaciones;

si acaso, vez un poco más tarde y únicamente en el caso del material *RoI* coincide con la densificación del material virgen.

Queda patente que cualquier deformación plástica en una dirección provocada por una compresión uniaxial, lejos de dar lugar a un endurecimiento plástico, provoca un daño en la estructura cavernosa con la consiguiente reducción de las propiedades mecánicas. Este efecto es más pronunciado cuanto mayor sea la densidad inicial de la espuma metálica.

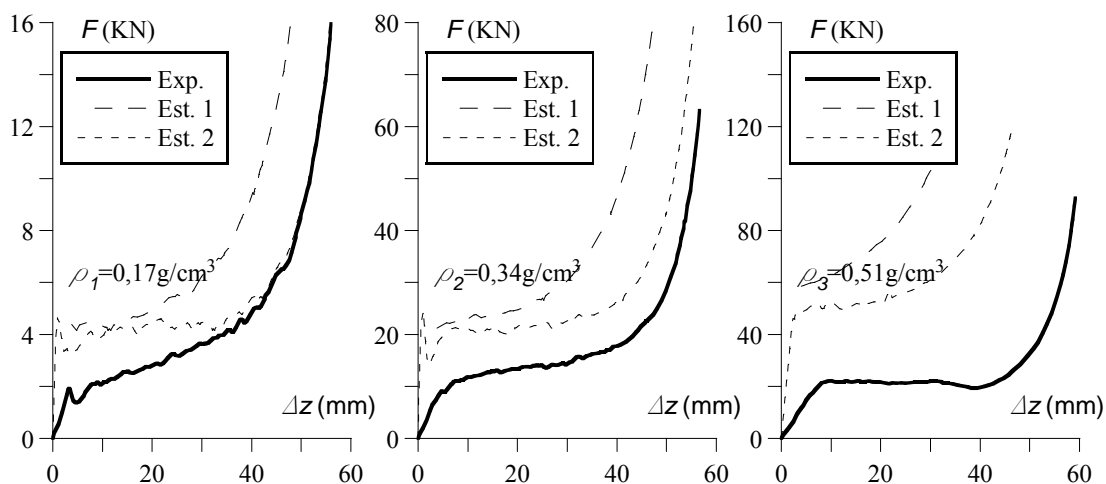


Figura 6.31. Comparación entre la curva de compresión en dos fases (*Mval3*) experimental y la estimada mediante la curva de compresión uniaxial (*CalI*) adaptada.

El procedimiento para la extracción de **resultados** (fuerza resultante - desplazamiento en dirección de la compresión) para la segunda fase de la compresión (en el eje z), gracias al empleo de dos *rigid body*, es sencillo: se ha recurrido a los datos de fuerza de reacción en dirección de la compresión (*reaction force*, $RF3$, que habrá que multiplicar por dos para la totalidad de la probeta) y a los de desplazamiento en dicha dirección (*spatial displacement*, $U3$) del punto de referencia (*referente point*, dentro del menú de nodos únicos, *unique nodal*) de uno de los dos *rigid body*. Se ha optado por la extracción de resultados en 120 incrementos.

Los resultados numéricos de la segunda fase de compresión del ensayo *Mval3* utilizando un paso del tipo *Dynamic-Explicit* para todas las densidades y calibraciones aparecen en la Figura 6.32 en función del desplazamiento del indentador (Δz) y la fuerza que éste ejerce sobre la probeta (F).

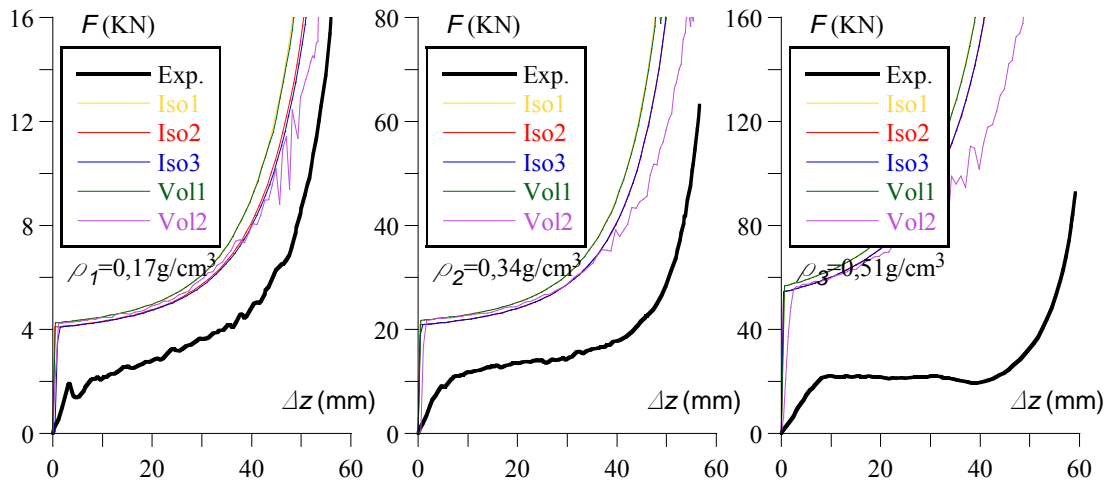


Figura 6.32. Comparación de los resultados numéricos para la segunda fase de compresión del ensayo *Mval3* utilizando pasos del tipo *Dynamic-Explicit* con los resultados experimentales.

Los resultados obtenidos de las simulaciones numéricas para la segunda fase de compresión (en el eje z) están muy lejos de los resultados experimentales debido a que los modelos numéricos empleados no tienen en cuenta el debilitamiento provocado por la primera fase de compresión y que ya se ha descrito con anterioridad. No obstante, las simulaciones numéricas presentan resultados muy semejantes entre sí, de lo que se deduce la simulación de este ensayo es apenas sensible a cambios en los factores de calibración. Además, los resultados numéricos se asemejan a su vez a la estimación 1 descrita (véase la Figura 6.31), confirmando la veracidad de dicha estimación y, en concreto, del procedimiento seguido por ambos modelos numéricos para definir el endurecimiento plástico.

Las deformadas son coherentes, como se muestra en la Figura 6.33 y la Figura 6.34, donde se muestran los resultados para la calibración *Ro3Iso3* con coeficiente de Poisson plástico no nulo.

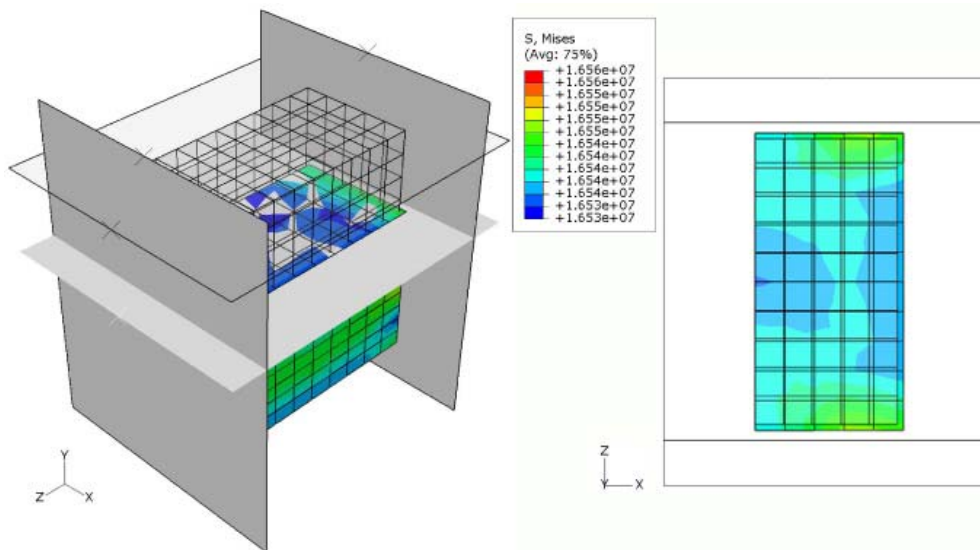


Figura 6.33. Deformada y distribución de tensión de Von Mises al final de la primera fase de compresión (en el eje y) del proceso de compresión en dos fases diagonal (*Mval3*) para la calibración *Ro3Iso3*.

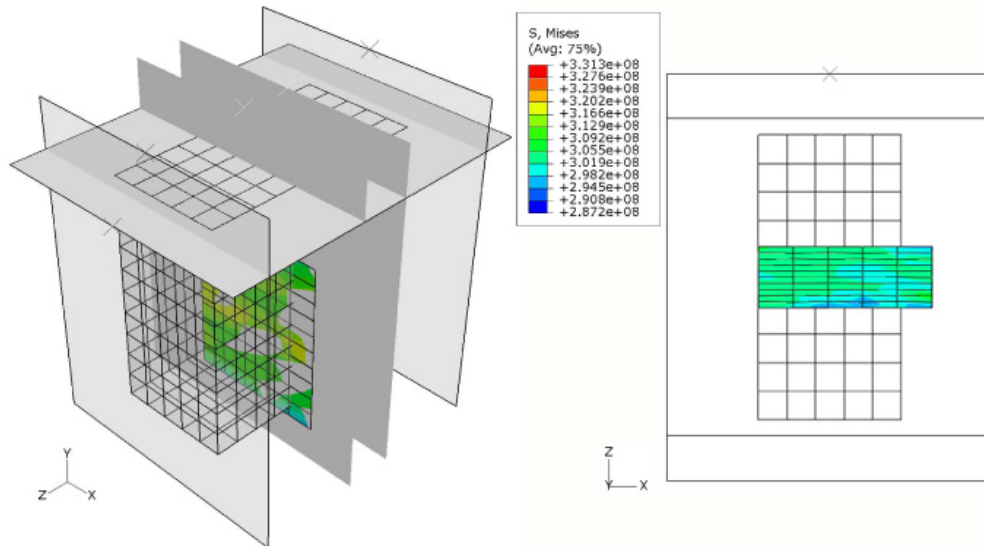


Figura 6.34. Deformada y distribución de tensión de Von Mises al final de la segunda fase de compresión (en el eje z) del proceso de compresión en dos fases diagonal (*Mval3*) para la calibración *Ro3Iso3*.

Como ocurre en simulaciones anteriores (*Call*, por ejemplo), el modelo de endurecimiento volumétrico provoca varios problemas: oscilaciones inesperadas en la zona de grandes deformaciones de la curva fuerza – desplazamiento (véase la Figura 6.32) e incoherencias en las deformaciones (flujo plástico en direcciones perpendiculares a la compresión o deformación asimétrica de la probeta, véase la Figura 6.35 y la Figura 6.36). Son más acusados cuanto mayor es la densidad inicial de la probeta y en el caso de flujo no asociado (como es el caso de la calibración *Vol2*).

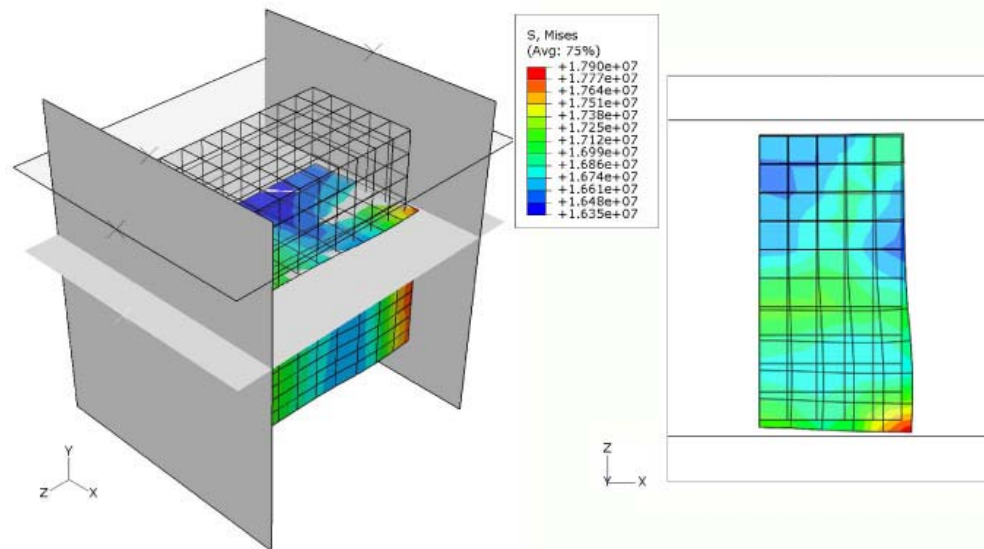


Figura 6.35. Deformada y distribución de tensión de Von Mises al final de la primera fase de compresión (en el eje y) del proceso de compresión en dos fases diagonal (*Mval3*) para la calibración *Ro3Vol2*.

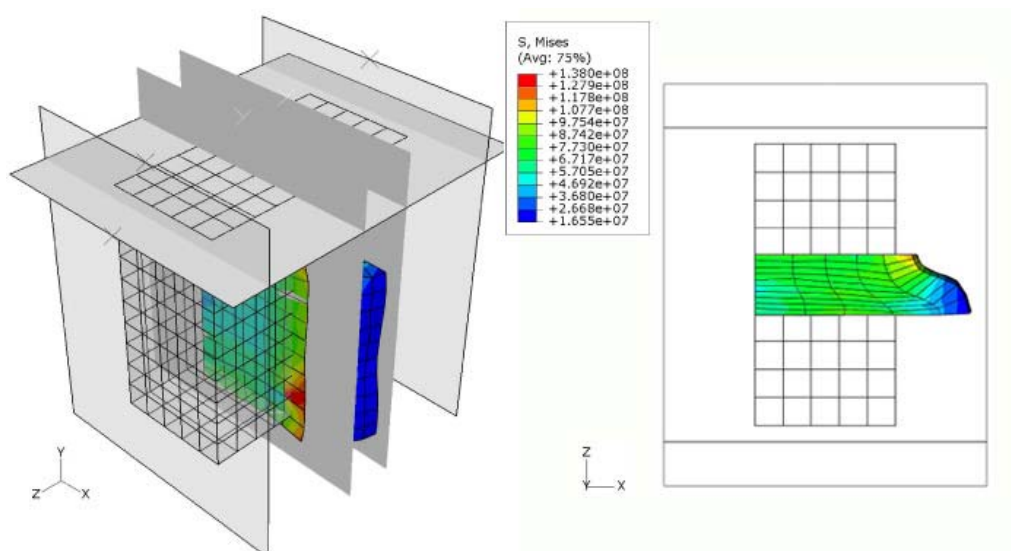


Figura 6.36. Deformada y distribución de tensión de Von Mises al final de la segunda fase de compresión (en el eje z) del proceso de compresión en dos fases diagonal (*Mval3*) para la calibración *Ro3Vol2*.

Los **tiempos de cálculo** son bastante reducidos y parecidos a los del ensayo de compresión hidrostática (*Cal4*, consúltase la Tabla 6.4). Tomando como referencia el tiempo de cálculo de la simulación *Mval3* con material *Ro1* y calibración *Iso1* (1 minuto y 44 segundos), el tiempo relativo perteneciente a cada uno de los materiales y calibraciones para el ensayo *Mval3* aparecen en la Tabla 6.7 con los supuestos iniciales, es decir, media probeta mallada con 500 elementos de integración completa y contacto entre elementos sin fricción tangencial.

Tabla 6.7. Tiempo de cálculo relativo correspondiente a las simulaciones del ensayo *Mval3*.

Tiempo de cálculo relativo		<i>Iso1</i>	<i>Iso2</i>	<i>Iso3</i>	<i>Vol1</i>	<i>Vol2</i>
<i>Dynamic Explicit</i>	<i>Ro1</i>	1,00	1,03	1,16	1,26	1,78
	<i>Ro2</i>	1,66	1,86	1,80	1,76	2,64
	<i>Ro3</i>	1,73	2,12	2,39	2,29	3,62

7 ANÁLISIS DE RESULTADOS

En la búsqueda de la mayor fidelidad posible entre los resultados de las simulaciones numéricas y los resultados experimentales se han encontrado, en algunos casos, ciertos problemas importantes que se pasan a enumerar:

- En el caso de la compresión hidrostática (*Cal4*, véase el Apartado 6.3), el problema son las curvas experimentales de que se dispone. Su forma es muy diferente a la esperada según los modelos constitutivos, lo que impide realizar una calibración más exacta. Se desconoce si la **inesperada forma de las curvas experimentales de compresión hidrostática** es verdaderamente errónea y se debe únicamente a una equivocada metodología en la realización de los ensayos (véase el Apartado 5.3.2) o, por el contrario, es fidedigna y su desviación respecto a lo esperado se debe a efectos no considerados por los modelos numéricos empleados como el debilitamiento estructural del material en direcciones perpendiculares a la deformación (que se vería acentuado en este caso por tratarse de una carga triaxial).
- En el caso de la indentación (*Mval1*, véase el Apartado 6.4), el problema es la imposibilidad de combinar en Abaqus los modelos numéricos para espumas con los **criterios de rotura** disponibles [1]. Esta incompatibilidad provoca que, en problemas con concentración de tensiones como éste, los resultados obtenidos de las simulaciones numéricas superen por mucho los valores obtenidos experimentalmente. Esto se debe a que las espumas metálicas presentan (a tracción) una zona plástica mínima y una rotura frágil con una tensión de rotura a tracción semejante a la tensión de meseta a compresión [33]. Dicha rotura frágil a tracción no es contemplada por ninguno de los dos modelos constitutivos empleados y, de ahí, que sea necesario la definición de un criterio de rotura.
- En el caso de la compresión en dos fases (*Mval3*, véase el Apartado 6.6), el problema es que ninguno de los dos modelos tiene en cuenta que la deformación plástica en una dirección provoca un **debilitamiento y daño estructural en las correspondientes direcciones perpendiculares** a dicha dirección. Es por este fenómeno que, en estas direcciones perpendiculares, el efecto del debilitamiento es claramente dominante (véase la Figura 6.32) frente al endurecimiento por deformación plástica acumulada previsto por ambos modelos numéricos (uno basado en la deformación volumétrica y otro, en la deformación equivalente).

El uso del paso de tipo *General-Static* está muy limitado debido la presencia de inestabilidades durante la simulación numérica (hasta el punto de abortar el proceso) en la zona plástica asociadas al uso de contactos o a la aplicación de cargas hidrostáticas como ya se ha venido comentando a lo largo del desarrollo de las simulaciones. Así, en el caso del ensayo *Cal1* (véase el Apartado 6.2, que es el único ensayo en el que se han empleado los dos tipos de paso para compararlos) no se ha apreciado ninguna diferencia entre los resultados obtenidos con paso *General-Static* (véase la Figura 6.5) y *Dynamic-Explicit* (véase la Figura 6.3), excepto esas inestabilidades en la zona de grandes deformaciones para simulaciones con el paso *Dynamic-Explicit*. No obstante, los tiempos de cálculo (consúltese la Tabla 6.3) son significativamente menores en el caso de emplear un paso del tipo *General-Static*.

Además, no se ha evidenciado una especial o atípica **sensibilidad respecto al tamaño y tipo de elementos**. Empleando como referencia el tipo, tamaño y número de elementos de Hanssen y otros (2002) [33], se realizó un ejercicio de optimización para intentar reducir los tiempos de cálculo en la medida de lo posible. En algunos casos, como el de

compresión hidrostática (*Cal4*), se redujo el número total de elementos sin modificación aparente de los resultados. En otros casos, como el de compresión uniaxial (*Cal1*), hidrostática (*Cal4*) o en dos fases (*Mval3*), se ha optado por pasar de integración completa a integración reducida sin tener ningún tipo de efecto sobre los resultados; de este modo, la integración completa se reserva para casos de cargas complejas en los que se prevean esfuerzos cortantes, como prescribe Abaqus [1].

Por otra parte, la **sensibilidad de los modelos frente a diferentes calibraciones es variable**, dependiendo dicha sensibilidad del ensayo en el que se apliquen. De este modo, la sensibilidad frente a variaciones en la calibración es mínima para ambos modelos en el caso de simulaciones que sometan al material a un estado tensional cercano al de compresión uniaxial (siempre y cuando no se interpongan efectos como la rotura o el debilitamiento anteriormente citados); éste es el caso de la propia compresión uniaxial (*Cal1*, véase la Figura 6.3) y la compresión diagonal (*Mval2*, véase la Figura 6.23). En cambio, los estados tensionales cercanos al de compresión hidrostática permiten mostrar la mayor sensibilidad de los modelos frente a variaciones en sus calibraciones, pues es el ensayo de compresión hidrostática el que permite definir buena parte del modelo de comportamiento de la espuma y encontrar diferencias entre dos materiales con una misma curva de compresión uniaxial. Para hablar en términos de sensibilidad de los resultados frente a variaciones en la calibración, es necesario tener en cuenta dos magnitudes básicas: tensión de meseta (σ_p) y deformación de densificación (ε_D).

En compresión hidrostática (*Cal4*, véase la Figura 6.8), se puede observar la notable sensibilidad de cada modelo a la calibración. Como era de esperar, al disminuir la relación de tensiones de plastificación a compresión (k , consúltase la Ecuación 4.9), la curva se ve desplazada hacia arriba (a valores superiores de tensión hidrostática de compresión). La variación de volumen a la que se produce la densificación también es muy dispar en las simulaciones de este ensayo, puesto que este fenómeno de densificación (al pasar de compresión uniaxial a compresión hidrostática) depende directamente de los coeficientes que definen cada modelo (consúltase, por ejemplo, la Ecuación 4.68). También se da que el método para contabilizar la deformación plástica acumulada es distinto en ambos modelos (basado en la deformación volumétrica para el de endurecimiento volumétrico o en deformación equivalente para el de endurecimiento isotrópico).

El método para contabilizar la deformación plástica acumulada de cada modelo repercute de forma importante sobre los resultados. Cada modelo numérico posee su propio método de contabilización y, expresamente para estudiar este aspecto, se definieron las calibraciones *Iso1* y *Voll* (consúltase la Tabla 5.3) para las tres densidades, totalmente equivalentes cada una de ellas en su modelo numérico correspondiente. La diferencia en los resultados radica en el citado método de contabilizar la deformación plástica acumulada y, por tanto, el método para fijar el endurecimiento por deformación plástica que experimenta el material. Mientras que el modelo de endurecimiento volumétrico emplea la deformación volumétrica plástica (definida en la Ecuación 4.20) para esta contabilización, el modelo de endurecimiento isotrópico utiliza la deformación plástica equivalente (definida en la Ecuación 4.59). En ensayos con estados tensionales cercanos al de compresión uniaxial, las diferencias son mínimas, pues ambos métodos coinciden a la hora de contabilizar la deformación plástica acumulada bajo estas condiciones (consúltase la Ecuación 4.19 y la Ecuación

4.48). Tal es el caso del propio ensayo de compresión uniaxial (*Cal1*, consúltase el Apartado 6.2), el de compresión diagonal (*Mval2*, consúltase el Apartado 6.5) o el de compresión en dos fases (*Mval3*, consúltase el Apartado 6.6). En estos dos últimos casos, los resultados numéricos con ambas calibraciones (*Iso1* y *Vol1*) comienzan a diferir en la zona de grandes deformaciones por razones ajenas al tema tratado: comienzo de la deformación plástica del hemisferio sur de la probeta e inestabilidades del modelo de endurecimiento volumétrico respectivamente. En ensayos que producen un estado tensional cercano al de compresión hidrostática, como es el caso del propio ensayo de compresión hidrostática (*Cal4*, consúltase el Apartado 6.3), las diferencias son notables debido a la gran diferencia de deformación plástica contabilizada por ambos modelos numéricos. Estas diferencias se traducen en diferente sensibilidad del proceso de endurecimiento por deformación plástica y diferentes deformaciones de densificación.

Es destacable la alteración que sufren los resultados en forma de **oscilaciones en la zona de grandes deformaciones** de todos los ensayos simulados (excepto en el de compresión hidrostática, *Cal4*) con calibraciones sobre el modelo de endurecimiento volumétrico empleando un paso del tipo *Dynamic-Explicit*. Estas oscilaciones son más acentuadas y precoces cuanto mayor es la densidad del material, terminando en la cancelación del proceso de simulación en casos como el ensayo de indentación (*Mval1*). Este fenómeno puede ser atribuido al inesperado (pues este modelo, por definición, cuenta con un coeficiente de Poisson plástico nulo [1]) flujo plástico en direcciones perpendiculares a la carga en los instantes finales (con grandes deformaciones) de cada simulación. Estas deformaciones plásticas en direcciones perpendiculares pueden alterar significativamente (incluso hacer disminuir) el cómputo de la deformación volumétrica plástica con la correspondiente alteración del endurecimiento por deformación plástica.

Finalizando, resumiendo y comparando los resultados de las simulaciones de cada ensayo:

- En compresión uniaxial (*Cal1*): cualquier calibración da los mismos resultados (completamente ajustados a los datos experimentales), decantándose la balanza hacia las calibraciones del modelo isotrópico por el menor tiempo de cálculo y la ausencia de las citadas oscilaciones en la zona de grandes deformaciones al utilizar un paso del tipo *Dynamic-Explicit*.
- En compresión hidrostática (*Cal4*): las calibraciones que más se aproximan a los resultados experimentales son *Iso3* y *Vol2* (quizás, mejor para la densidad *Ro2* que para el resto). Los tiempos de cálculo en estos dos casos son casi idénticos y, puesto que además no se observa fenómeno alguno de densificación en las curvas experimentales, no existen más argumentos para discutir cuál de estas dos calibraciones es la más acertada para este ensayo.
- En indentación (*Mval1*): partiendo de la base de que ninguna calibración es apta para simular este caso de indentación tan severo (debido a la ausencia e incompatibilidad con criterios de rotura), se pueden descartar las calibraciones basadas en el modelo de endurecimiento volumétrico por los comentados problemas de cancelación del proceso de cálculo y las extrañas deformadas que se obtienen (véase la Figura 6.17). No obstante, es buena señal que la zona inicial de todas las simulaciones se ajuste a la curva experimental (véase la Figura 6.15) y se pierda dicho ajuste a medida que comienza el proceso de rotura en la probeta.

- En compresión diagonal (*Mval2*): la simulación numérica de este ensayo es aceptable con cualquiera de las calibraciones en todas las densidades, siempre con una suave tendencia al alza (más acentuada en las calibraciones *Iso3* y *Vol2*) hasta desplazamientos de aproximadamente 40-45 mm (véase la Figura 6.23). Es a partir de entonces cuando las calibraciones *Iso3* y *Vol2* se aproximan mejor. También están presentes las oscilaciones ya típicas de las calibraciones del modelo de endurecimiento volumétrico.
- En compresión en dos fases (*Mval3*): los resultados son muy discretos. Como era de esperar, la primera fase de compresión es simulada perfectamente por todas las calibraciones. Los problemas aparecen en la segunda fase de compresión, ya que ninguno de los dos modelos tiene en cuenta el debilitamiento experimentado por la estructura cavernosa de la espuma metálica que provoca la primera fase de compresión en direcciones perpendiculares a esta primera compresión. De este modo, los resultados numéricos superan a los resultados experimentales en aproximadamente un 75% (véase la Figura 6.32). De nuevo, están presentes las oscilaciones ya típicas de las calibraciones del modelo de endurecimiento volumétrico en combinación con paso del tipo *Dynamic-Explicit*.

8 CONCLUSIONES

Tras el análisis de resultados realizado en el Apartado 7, se pueden extraer varias lecturas. La principal, y como visión general, es que los dos modelos numéricos implementados en Abaqus (modelo de endurecimiento volumétrico y modelo de endurecimiento isotrópico) no son capaces de reproducir el comportamiento de las espumas metálicas sometidas a todos los estados de carga planteados. La complicada estructura interna, la complejidad y aleatoriedad de los mecanismos de deformación y la heterogeneidad del material complican la obtención de un patrón de comportamiento tanto elástico como plástico.

Otra lectura, y como visión parcial, es que ambos modelos numéricos simulan con buena precisión aquellos estados tensionales más sencillos como el de compresión uniaxial (*Cal1*, consúltase el Apartado 6.2) o el de compresión diagonal (*Mval2*, consúltase el Apartado 6.5). Dado que los requerimientos a los que son sometidos estos materiales son de este tipo en la mayoría de sus aplicaciones, los dos modelos numéricos estudiados pueden ser de gran utilidad. Para cargas complejas, los resultados son poco satisfactorios y, en cada caso, las carencias del modelo son distintas, tal como se desglosaron en el Apartado 7.

Pese a la referida confianza que se puede tener en análisis con estados de carga sencillos (compresión uniaxial, *Cal1*, o compresión diagonal, *Mval2*), es apropiado tener en cuenta que las espumas metálicas pueden presentar una acentuada anisotropía e inhomogeneidad provocadas por la aleatoriedad y variabilidad de los procesos de fabricación de las mismas; con lo cual, es inevitable asumir cierto margen de error o incertidumbre (aunque reducido) en todos los resultados obtenidos, tanto numéricos como experimentales.

Para poder mejorar las calibraciones, sería necesario en primer lugar resolver los problemas en torno al ensayo de compresión hidrostática (*Cal4*), es decir, aclarar si las diferencias entre curva teórica y experimental se deben a un defecto en el modelo numérico o, por el contrario, a una errónea toma de datos experimentales. También será necesario tomar medidas más exactas del coeficiente de Poisson plástico. Toda la bibliografía consultada presta poca atención a dicho coeficiente, pero su efecto sobre los resultados numéricos puede llegar a ser importante (como en el caso de la compresión en dos fases, *Cal4*) y es necesario para saber si el flujo plástico es asociado o no. De este modo, se podría avanzar en la obtención de una calibración más exacta. Sería necesario además realizar el ensayo de tracción hasta rotura (*Cal2*) para definir el comportamiento a tracción en el modelo de endurecimiento volumétrico o en el criterio de rotura que debiera definirse.

Con el fin de mejorar el resultado de las simulaciones numéricas y poder afrontar con más garantías un amplio rango de estados tensionales, sería necesario añadir a los modelos constitutivos existentes fenómenos ya descritos como el de rotura frágil a tracción o el de debilitamiento estructural por deformación plástica acumulada en direcciones perpendiculares. Es así necesaria la introducción de un criterio de rotura en ambos modelos (endurecimiento volumétrico e isotrópico) para mejorar la respuesta de dichos modelos ante ensayos de indentación (*Mval1*) y, en general, ante ensayos en los que se genere concentración de tensiones. Los criterios de rotura adecuados han sido estudiados por Reyes y otros (2003) [54], siendo el más efectivo el que activa la rotura al superar (a tracción) la tensión principal máxima un valor crítico: el valor real de la tensión de rotura a tracción para cada material (σ_t). El problema es que ninguno de los

dos modelos numéricos empleados soporta la combinación con uno de estos criterios de rotura disponibles en Abaqus. No obstante, en el caso de indentaciones menos severas (con indentadores esféricos o cilíndricos) sería posible obtener buenos resultados sin recurrir a la adición de un criterio de rotura.

Después de todo el trabajo realizado con el paquete Abaqus, se llega a la conclusión de que es más recomendable el uso del modelo de endurecimiento isotrópico con un paso del tipo *Dynamic-Explicit*. El paso del tipo *General-Static* presenta problemas en presencia de cargas del tipo hidrostático y contactos. El modelo de endurecimiento volumétrico provoca inestabilidades en combinación con pasos del tipo *Dynamic-Explicit* y no añade ningún detalle para la simulación de espumas del tipo metálico, porque este tipo de espumas no presentan una zona plástica amplia a tracción, sino una rotura frágil. Además, en el caso de que se consiguiese combinar estos modelos con criterios de rotura, el modelo de endurecimiento volumétrico no tendría ningún sentido a la hora de modelizar espumas metálicas frente al modelo de endurecimiento isotrópico, pues la diferenciación de comportamiento entre tracción y compresión sería aportada ya por el criterio de rotura.

El tamaño y tipo de elemento no presenta una especial repercusión sobre los resultados, excepto en problemas con zonas de concentración de tensiones.

Es notable la poca información que Abaqus ha dispuesto acerca de estos dos modelos numéricos; sobre todo, en referencia a las deformaciones equivalentes y a cómo afecta el fenómeno de endurecimiento a otras configuraciones de carga como la de compresión hidrostática.

Debido a las grandes deformaciones plásticas que soportan las espumas, a la hora de generar simulaciones numéricas de ensayos en los que se da un gran deslizamiento de las paredes de la probeta con los elementos exteriores de apoyo, hay que tener en cuenta el coeficiente de rozamiento entre dichas superficies, puesto que los resultados pueden variar de forma apreciable. También será importante esta consideración para futuros ensayos con perfiles rellenos de espuma.

9 TRABAJO FUTURO

La existencia de resultados satisfactorios en determinados ensayos y modestos en otros invita realizar un trabajo de mejora sobre las simulaciones numéricas que se traduce en tareas tales como:

- Se debería trabajar en mejorar el apartado de las calibraciones resolviendo el problema de no similitud entre curva experimental y esperada según los modelos en el ensayo de compresión hidrostática (*Cal4*). Es necesario, además, estudiar y obtener los valores del coeficiente de Poisson plástico del material.
- Sería recomendable obtener información más detallada acerca de los modelos constitutivos en cuestión para conocer exactamente las diferencias de éstos respecto al modelo presentado por Deshpande y Fleck (2000) [21], del que derivan ambos.
- Sería conveniente conseguir algún modo de definir un criterio de rotura para estados de carga a tracción asociado a los modelos numéricos (especialmente, al de endurecimiento isotrópico), a fin de conseguir una mayor fidelidad con el comportamiento real de la espuma. En esta misma línea, podría desarrollarse e implementarse un proceso de debilitamiento estructural debido a deformación plástica acumulada en direcciones perpendiculares a la de carga.
- Se deberían implementar otros modelos numéricos para espumas metálicas más actuales y avanzados en Abaqus, como el de Ruan y otros (2006) [56], creando una nueva subrutina de usuario.
- Para realizar una validación más amplia de los modelos numéricos disponibles, se pueden estudiar otros ensayos mecánicos, tanto estáticos como dinámicos.
- Se podrían proponer ensayos sobre perfiles rellenos de espuma metálica.
- Para los ensayos considerados sería interesante realizar las simulaciones sin tener en cuenta simetría, para observar posibles inestabilidades como el pandeo o deformaciones asimétricas.

10 REFERENCIAS

1. *Abaqus Analysis User's Manual*, Abaqus Version 6.7 Documentation.
2. *Abaqus Example Problems Manual*, Abaqus Version 6.7 Documentation.
3. *Abaqus Theory Manual*, Abaqus Version 6.7 Documentation.
4. *Abaqus/CAE User's Manual*, Abaqus Version 6.7 Documentation.
5. Alulight®-International GmbH, <http://www.alulight.com>. Enero, 2009.
6. Alusion, <http://www.alusion.com>. Junio, 2009.
7. Andrews, E., Sanders, W., y Gibson, L.J., 1999. *Compressive and tensile behaviour of aluminium foams*, Materials Science and Engineering A270, 113-124.
8. Ashby, M.F., Evans, A., Fleck, N.A., Gibson, L.J., Hutchinson, J.W., y Wadley, H.N.G., 2000. *Metal foams: A design guide*, Butterworth Heinemann.
9. Banhart, J., 1998. *Production Methods for Metallic Foams*. Fraunhofer-Institute for Applied Materials Research.
10. Banhart, J., 2005. *Aluminium foams for lighter vehicles*, International Journal of Vehicle Design 37(2-3), 114-125.
11. Banhart, J., y Weaire, D., 2002. *On the road again: Metal foam find favor*, Physics Today 55, 37-42.
12. Bayle, B., 1986. *Revue Générale des Chemins de Fer*, Diciembre de 1986.
13. Beals, J.T., y Thompson, M.S., 1997. *Density gradient effects on aluminium foam compression behaviour*, Journal of Material Science 32, 3595-3600.
14. Boat Design, <http://boatdesign.net/articles/foam-core>. Octubre, 2007.
15. Centro de Investigaciones Submarinas S.L., <http://www.paginacis.com>. Marzo, 2007.
16. Chemical Engineering Department of the Perm State Technical University, <http://ced01.pstu.ac.ru/en/dept/tnv/pers/ketov/methanol/methanol.htm>. Junio, 2008.
17. CYMAT Technologies Ltd., <http://www.cymat.com>. Junio, 2008.
18. Czekanski, A., Attia, M.S., Meguid, S.A., y Elbestawi, M.A., 2005. *On the use of a new cell to model geometric asymmetry of metallic foams*, Finite Elements in Analysis and Design 41, 1327-1340.
19. Daxner, T., Böhm, H.J., y Rammerstorfer, F.G., 1999. *Mesosopic simulation of inhomogeneous metallic foams with respect to energy absorption*, Computational Materials Science 16, 61-69.
20. Deshpande, V.S., y Fleck, N.A., 2000. *High strain rate compressive behaviour of aluminium alloy foams*, International Journal of Impact engineering 24, 277-298.
21. Deshpande, V.S., y Fleck, N.A., 2000. *Isotropic models for metallic foams*, Journal of the Mechanics Physics of Solids 48, 1253-1283.
22. Ehlers, W., 1999. *Metalschäume, metal foams*, report No. 99-II-6, Institut für Mechanik, Bauwesen.
23. Ehlers, W., Müllershön, H., y Klar, O., 1999. In: Banhart, J., Ashby, M.F., y Fleck, N.A., editores. *On the behaviour of aluminium foams under uniaxial and multiaxial loading*, Conference on Metal Foams and Porous Metal Structures (MetFoam '99, 14-16 June, Bremen, Germany, 1999), 255-262.
24. ERG Materials and Aerospace Corporation, <http://www.ergaerospace.com>. Marzo, 2009.
25. Founas, B., y Du Bois, N., 1996. *A simple elastoplastic model for foam materials*, STAP Conference, Albuquerque, 1996.

26. Gibson, L.J., 2000. *Mechanical behavior of metallic foams*, Annual Review of Materials Science 30, 191-227.
27. Gibson, L.J., Ashby, M.F., Schajer, G.S., y Robertson, C.I., 1982. *The Mechanics of Two-Dimensional Cellular Materials*, Proceedings of the Royal Society A382, 25-42.
28. Gibson, L.J., y Ashby, M.F., 1982. *The Mechanics of Three-Dimensional Cellular Materials*, Proceedings of the Royal Society A382, 43-59.
29. Gibson, L.J., y Ashby, M.F., 1999. *Cellular Solids: Structure and properties*, Cambridge University Press.
30. Gradinger, R., y Rammerstorfer, F.G., 1999. *On the influence of meso-inhomogeneities on the crush worthiness of metal foams*, Acta materialia 47, 143-148.
31. Gupta, N., Kishore, Woldesenbet, E., y Sankaran, S., 2001. *Studies on compressive failure features in syntactic foam material*, Journal of Materials Science 31, 4485-4491.
32. Hallquist, J.O., 1998. *Theoretical manual*, Livermore Software Technology Corporation.
33. Hanssen, A.G., Hopperstad, O.S., Langseth, M., e Ilstad, H., 2002. *Validation of constitutive models applicable to aluminium foams*, International Journal of Mechanical Sciences 44, 359-406.
34. Hittite Microwave Corporation, <http://www.hittite.com>. Diciembre, 2008.
35. Hughes, T.J.R., y Taylor, R.L., 1978. *Unconditionally stable algorithms for quasi-static elasto/visco-plastic finite element analysis*, Computers & Structures 8, 19-179.
36. Industrial Heating, <http://www.industrialheating.com>. Diciembre, 2007.
37. Irausquín, I.A., 2007. *Espumas metálicas: Revisión de estado del arte*, Trabajo Tutelado de Investigación, Universidad Carlos III de Madrid.
38. Jiménez, C.E., y Malachevsky, M.T., 2003. *Fabricación y caracterización de espumas metálicas a partir de mezclas Al-TiH₂*, Jornadas SAM/CONAMET, simposio Materia 2003.
39. Karman GMBH, <http://www.karmann.com>. Junio, 2009.
40. Kim, A., Tunvir, K., Jeong, G.D., y Cheon, S.S., 2006. *A multi-cell FE-model for compressive behaviour analysis of heterogeneous Al-alloy foam*, Modelling and Simulation Materials Science and Engineering 14, 933-945.
41. Lefebvre, L.P., Banhart, J., y Dunand, D.C., 2008. *Porous Metals and Metallic Foams*, DEStech Publications.
42. Maiti, S. K., Gibson, L. J., y Ashby, M. F., *Deformation and Energy Absorption Diagrams for Cellular Solids*, Acta Metallurgica 32(11), 1963-1975.
43. MatWeb, <http://www.matweb.com>. Febrero, 2007.
44. Meguid, S.A., Cheon, S.S., y El-Abbasi, N., 2002. *FE modelling of deformation localization in Metallica foams*, Finite Elements in Analysis and Design 38, 631-643.
45. Metal foam info, <http://www.metalfoam.net>. Febrero, 2008.
46. Metallschaum von m-pore, <http://www.m-pore.de>. Enero, 2008.
47. Miller, R.E., 2000. *A continuum plasticity model for the constitutive and indentation behaviour of foamed metals*, International Journal of Mechanical Sciences 42, 729-754.
48. Mondal, D.P., Goel, M.D., y Das, S., 2009. *Compressive deformation and energy absorption characteristics of closed cell aluminium-fly ash particle composite foam*, Materials Science and Engineering A507, 102-109.

49. National Institute for Materials Science, <http://www.nims.go.jp>. Enero, 2009.
50. National Physical Laboratory, http://www.npl.co.uk/materials/metal_foams. Septiembre, 2007.
51. Newmark, N.M., 1959. *A method of computation for structural dynamics*, ASCE Journal of the engineering mechanics division 85(EM3).
52. Olurin, O.B., Fleck, N.A., y Ashby, M.F., 2000. *Deformation and fracture of aluminium foams*, Materials Science and Engineering A291, 136-146.
53. Ortiz Berrocal, L., 1991. *Resistencia de materiales*, McGraw-Hill.
54. Reyes, A., Hopperspread, O.S., Berstad, T., Hanssen, A.G., y Langseth, M., 2003. *Constitutive modeling of aluminium foam including fracture and statistical variation of density*, European Journal of Mechanics A/Solids 22, 815-835.
55. Reid, S.R., y Peng, C., 1997. *Dynamic uniaxial crushing of wood*, International Journal of Impact Engineering 19, 531-570.
56. Ruan, D., Lu, G., Ong, L.S., y Wang, B., 2006. *Triaxial compression of aluminium foams*, Composites Science and Technology 67, 1218-1234.
57. Santosa, S.P., Wierzbicki, T., Hanssen, A.G., y Langseth, M., 2000. *Experimental and numerical Studies of foam-filled sections*, International Journal of Impact Engineering 24(5), 509-534.
58. Schreyer, H.L., Zuo, Q.H., y Maji, A.K., 1994. *Anisotropic plasticity model for foams and honeycombs*, Journal of Engineering Mechanics 120(9), 1913-1930.
59. Shapovalov, V., 1998. *Porous and Cellular Materials for Structural Applications*, Material Research Society 522, 281.
60. Sugimura, Y., Meyer, J., He, M.Y., Bart-Smith, H., Grenstedt, J., y Evans, A.G., 1997. *On the mechanical performance of closed cell Al alloy foams*, Acta materialia 45(12), 5245-5259.
61. Tan, P.J., y Reid, S.R., 2000. *Dynamic characterisation of "Hydro" aluminium foams subjected to high strain rate compression*, UMIST Report ME/AM/10.00/NTNU2.
62. Tan, P.J., Reid, S.R., Harrigan, J.J., Zou, Z., y Li, S., 2005. *Dynamic compressive strength properties of aluminium foams. Part I – experimental data and observations*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 53, 2174-2205.
63. Tan, P.J., Reid, S.R., Harrigan, J.J., Zou, Z., y Li, S., 2005. *Dynamic compressive strength properties of aluminium foams. Part II – 'shock' theory and comparison with experimental data and numerical models*, Journal of the Mechanics and Physics of Solids 53, 2206-2230.
64. The Boeing Company, <http://www.boeing.com>. Junio, 2007.
65. The Minerals, Metals & Materials Society, <http://www.tms.org/pubs/journals/JOM/0012/Banhart-0012.html>. Noviembre, 2008.
66. Uzcátegui Flores, M.Y., *Abaqus: Programa de Elementos Finitos*, Centro Nacional de Cálculo Científico, Universidad de los Andes.
67. Wikipedia, http://en.wikipedia.org/wiki/Metal_foam. Mayo, 2009.